

التمرين الأول : 03 نقاط

الجزء الأول : - اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

$$76 - ج) \quad 1444 - ب) \quad 38 - أ) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{76x} - 2e^{38x} + 1}{x^2} \right) = -1$$

(2) - نعتبر المعادلة التفاضلية : (E) الذي يتحقق

الشرط : $f(0) = 2$ هو :

$$f(x) = \frac{5}{2}e^{\frac{2}{3}x} - \frac{1}{2} - ج) \quad ، \quad f(x) = \frac{5}{2}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{1}{2} - ب) \quad ، \quad f(x) = \frac{2}{5}e^{\frac{2}{3}x} - \frac{1}{2} - أ)$$

$$(3) - تبسيط العبارة A حيث : A = \frac{Ln(\sqrt{7} + \sqrt{5})^{6069} + Ln(\sqrt{7} - \sqrt{5})^{6069}}{Ln8}$$

$$A = 2023Ln2 - ج) \quad A = \frac{2023}{Ln2} - ب) \quad A = 2023 - أ)$$

(4) - مجموعة حلول المتراجحة ذات المجهول x هي :

$$S =]-1, 3[- ج) \quad S =]3, 5] - ب) \quad S = [-1, 5] - أ)$$

الجزء الثاني : - ليكن في \mathbb{R} كثير حدود $P(x)$ حيث :

(1) - تحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} :

(2) - حل \mathbb{R} في المعادلة : $P(x) = 0$.

$$(3) - لتكن الدالة g المعرفة على D = \mathbb{R} - \left\{ Ln \frac{4}{5} \right\} : g(x) = \frac{e^{3x+1} + e^{2x+1}}{5e^x - 4}$$

- حل في D المعادلة : $g(x) = 2e$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

الجزء الأول : لتكن الدالة f_m المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$. \left(O, \vec{i}, \vec{j} \right) \left(C_m \right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

1)- أثبت أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعين إحداثياتها .

2)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_m(x)$.

3)- ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m اتجاه تغير الدالة f_m .

الجزء الثاني : - نضع في كل مaily : $m = 1$.

1)- شكل جدول تغيرات الدالة f_1 ، ثم أوجد معادلة المستقيم المقارب $L(C_1)$.

2)- بين أن (C_1) يقبل نقطة إنعطاف W يطلب تعين إحداثياتها ، ثم أكتب معادلة الماس (T) للمنحنى (C_1) عند النقطة W .

3)- أنشئ (C_1) في المعلم السابق حيث : $\| \vec{i} \| = 2cm$.

التمرين الثالث : (06 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* بـ :

$$f(x) = 2 - 2x + \ln\left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2}\right) \left(C_f \right)$$

في معلم متعامد و متجانس .

1)- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانياً .

2)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3)- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (D) يطلب تعين معادلته .

ب)- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) .

أ)- بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{2(1-x)(x^2 - x + 2)}{x(x^2 - 2x + 2)}$ (4)

($x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) = 2 - 2x + \ln x^2 - \ln(x^2 - 2x + 2)$ حيث) يمكن كتابة f من الشكل

ب)- استنتج اتجاه تغير الدالة f على D_f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

أثبّت أن (C_f) يقطع محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة a حيث : $\frac{-1}{2} < a < \frac{-1}{3}$ (5)

أثبّت أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) عند نقطة A يوازي المستقيم (D) يطلب تعينها
- ثم أكتب معادلة هذا المماس .

أنشئ : (C_f) ، (T) و (D) . (7)

أوجد قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة $f(x) = -2x + m$ تقبل حلين موجبين .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* بـ : $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 2x + 1}}{x}$ ، $D_f = \mathbb{R}^*$ معلم متعامد
و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

أ)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماماً : $4x^2 \leq 4x^2 + 2x + 1 \leq (2x + 1)^2$ (1)

ب)- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماماً : $2 \leq f(x) \leq \frac{2x + 1}{2}$

ج)- استنتاج حساب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانياً .

أ)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x سالباً تماماً : $f(x) = -\sqrt{4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}$ (2)

ب)- استنتاج حساب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانياً .

3)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، فسر هذه النتيجتين بيانيا .

4)- أ) بين أنه من أجل كل x من D_f ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على D_f .
$$f'(x) = \frac{-x - 1}{x^2 \sqrt{4x^2 + 2x + 1}}$$

ب)- شكل جدول تغيرات الدالة f .

5)- أ) أكتب معادلة المماس (C_f) للمنحنى (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = \frac{-1}{2}$.

ب)- أنشئ (C_f) و (T) .

6)- لتكن الدالة g المعرفة على $D_g = \mathbb{R}^*$ بـ :
$$g(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 2x + 1}}{|x|}$$
 تمثيلها البياني في نفس

المعلم السابق .

- اشرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئ (C_g) في نفس المعلم السابق .

الأستاذة : بن زاديم

بالنّجاح في شهادة البكالوريا 2023

الإجابة النموذجية + سلم التقييم :

الجزء الأول

المادة الأولى (03 نقاط)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{76x} - 2e^{38x} + 1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{38x} - 1}{x} \right)^2 = \lim_{x \rightarrow 0} 38^2 \left(\frac{e^{38x} - 1}{38x} \right)^2 \quad -(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{76x} - 2e^{38x} + 1}{x^2} \right) = 1444 \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{e^t - 1}{t} \right)^2 = 1444 \times 1^2 = 1444$$

و منه : الإجابة ب) - (0.5 ن)

$$c = \frac{5}{2}, c - \frac{1}{2} = 2 : \text{يكافى } f(0) = 2, y = ce^{\frac{2}{3}x} - \frac{1}{2} (c \in \mathbb{R}) : \text{يكافى } y' = \frac{2}{3}y + \frac{1}{3} \quad -(2)$$

و منه : الإجابة ج) - (0.5 ن)

$$f(x) = \frac{5}{2}e^{\frac{2}{3}x} - \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{Ln(\sqrt{7} + \sqrt{5})^{6069} + Ln(\sqrt{7} - \sqrt{5})^{6069}}{Ln 8} = \frac{6069 [Ln(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})]}{Ln 2^3} \quad -(3)$$

$$A = \frac{6066 Ln(7 - 5)}{3 Ln 2} = \frac{6069 Ln 2}{3 Ln 2} = 2023$$

و منه : الإجابة أ) - (0.5 ن)

. $x \in]3, +\infty[$: $1 < x < 3$ و منه : للمتراجحة معنى يكافى

$$x \in]3, +\infty[\text{ و } Ln(\sqrt{(x-1)(x-3)}) \leq Ln\sqrt{8} : \text{يكافى } Ln(\sqrt{x-1}) + \frac{1}{2}Ln(x-3) \leq Ln\sqrt{8}$$

$$. x \in]3, +\infty[\text{ و } x^2 - 4x - 5 \leq 0 . x \in]3, +\infty[\text{ و } x^2 - 4x + 3 \leq 8$$

$$x_2 = 5, x_1 = -1, \Delta = 36, x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$S =]3, 5] : x \in]3, +\infty[\cap [-1, 5] : \text{يكافى } x \in]3, +\infty[\text{ و } x^2 - 4x - 5 \leq 0$$

و منه : الإجابة ب) - (0.5 ن)

الجزء الثاني :

$$p(x) = (x - 1)(x^2 + 2x - 8)$$

و هو المطلوب (0.25)

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - 8x - x^2 - 2x + 8$$

$$p(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

(. $x_2 = 2$ ، $x_1 = -4$ ، $\Delta = 36$) . $x^2 + 2x - 8 = 0$ أو $x - 1 = 0$: $P(x) = 0$

(0.25) $S = \{-4, 1, 2\}$

$$x \in D \text{ و } e^{3x+1} + e^{2x+1} = 2e(5e^x - 4) : \text{ يكافيء } g(x) = 2e$$

$$e \neq 0 . x \in D \text{ و } e(e^{3x} + e^{2x} - 10e^x + 8) = 0 . x \in D \text{ و } e^{3x+1} + e^{2x+1} = 10e^{x+1} - 8e$$

$$. x \in D \text{ و } e^{3x} + e^{2x} - 10e^x + 8 = 0$$

(0.5) $S = \{0, \ln 2\}$. $e^x = 2$ أو $e^x = 1$ (مرفوضة) أو $e^x = -4$. $P(t) = 0$ ، $e^x = t$: نصع

الجزء الثاني: (04 نقاط)

- نصع : $(1 - e^{-x})m + e^{-2x} - e^{-x} - y = 0$ ، $e^{-2x} - (1 + m)e^{-x} + m - y = 0$ ، $f_m(x) = y$: من أجل كل x من \mathbb{R} يكافيء $1 - e^{-x} = 0$ و $1 - e^{-x} = 0$: النقطة الثابتة هي $(0, 0)$. و منه: $x = 0$ و $y = 0$

(0.25) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_m(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-2x} \left[1 - \frac{1+m}{e^{-2x}} + \frac{m}{e^{-2x}} \right] = +\infty$ -(2)

(0.25) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} - (1 + m)e^{-x} = 0$: لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x) = m$

(01) $f_m'(x) = -2e^{-2x} + (1 + m)e^{-x} = \frac{(1 + m)e^x - 2}{e^{2x}}$: f_m قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} -(3)

- إذا كان: $m \leq -1$: فإن $f_m'(x) < 0$ على \mathbb{R} و منه: الدالة f_m متناقصة تماما على \mathbb{R}

- إذا كان: $m > -1$: فإن $m > -1$: $e^x = \frac{2}{1+m}$: أي أن $e^x = \frac{2}{1+m}$ يكافيء $f_m'(x) = 0$ و منه:

$\left[-\infty, \ln\left(\frac{2}{1+m}\right) \right]$ و f_m متناقصة تماما على المجال: $\left[\ln\left(\frac{2}{1+m}\right), +\infty \right]$ f_m متزايدة تماما على المجال :

الجزء الثاني:

(0.5) جدول تغيرات الدالة : f_1 (1)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f_1'(x)$	-	+	
$f_1(x)$	$+\infty$	0	1

(0.25) يقبل مستقيماً مقارباً أفقياً معادلته $y = 1$ بجوار $+\infty$. ومنه : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = 1$ - (2)

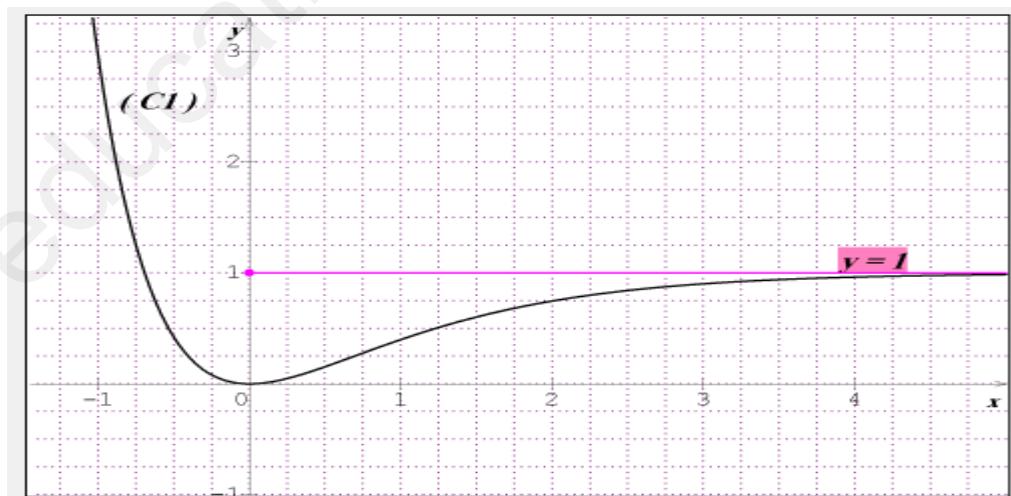
$x = \ln 2$: كافي $f_1''(x) = 2e^{-2x}(2 - e^x)$ قابلة للإشتقاق على \mathbb{R}

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$f_1''(x)$	+	0	-

(0.5) $w\left(\ln 2, \frac{1}{4}\right)$ هي نقطة إنعطاف لمنحنى (C_1) . ومنه :

(0.25) $(T) : y = \frac{1}{2}x - \frac{\ln 2}{2} + \frac{1}{4}$ ، $(T) : y = f_1'(\ln 2)(x - \ln 2) + f_1(\ln 2)$

(0.5) إنشاء (C_1) : (إنشاء)



التمرين الثالث : (06 نقاط)

(0.25) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$: ومنه

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \right) = 0^+ \\ \lim_{x \rightarrow 0} \ln \left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \right) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0} (2 - 2x) = 2 \end{cases} \quad - (1)$$

(0.25) يقبل مستقيماً مقارباً عمودياً معادلته: $x = 0$. $\left(C_f \right)$

$$(0.25) \dots \text{ ومنه} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \right) = \ln 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - 2x) = +\infty \end{cases} \quad (2)$$

$$(0.25) \dots \text{ ومنه} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \right) = \ln 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - 2x) = -\infty \end{cases}$$

- (3) $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \right) = 0$: بما أن $f(x) - y$ يقبل مستقيماً مقارباً مائلًا (D) معادلته :

(0.25) $y = -2x + 2$ بجوار $. +\infty, -\infty$

(0.5) $f(x) - y = \ln \left(\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \right)$: \mathbb{R}^* من أجل كل x كافٌ $f(x) - y = 0$

$$\frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 2} = 0 \quad , \quad \frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} - 1 = 0 \quad . \quad x \neq 0 \quad \text{و} \quad \frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} = 1 : \quad f(x) - y = 0$$

و منه: $x = 1$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$2 - 2x$	+	+	○	-
$x^2 - 2x + 2$	+	+		+
$f(x) - y$	+	+	○	-
الوضعية	(D) فوق (C_f)	(D) فوق (C_f)	(D) تحت (C_f)	

$$\left(C_f \right) \cap \left(D \right) = \left\{ A(1, 0) \right\}$$

(4) - f قابلة للإشتقاق على \mathbb{R}^* (ن0.5)

$$f'(x) = -2 + \frac{2}{x} - \frac{2x-2}{x^2-2x+2} = \frac{-2x(x^2-2x+2) + 2(x^2-2x+2) - x(2x-2)}{x(x^2-2x+2)}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2-2x+2)(-2x+2) + x(-2x+2)}{x(x^2-2x+2)}$$

$$f'(x) = \frac{(-2x+2)(x^2-2x+2+x)}{x(x^2-2x+2)} = \frac{2(1-x)(x^2-x+2)}{x(x^2-2x+2)}$$

. إشارة $f'(x)$ من إشارة $2(x^2-x+2)$ على \mathbb{R}^* لأن $0 > x$ على

. f متزايدة تماماً على المجال $[0, 1]$ ، f متناقصة تماماً على المجالين $[-\infty, 0]$ ، $[1, +\infty]$

جدول تغيرات الدالة f (ن0.5)

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	-	
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$	0	$-\infty$

- لدينا : الدالة f مستمرة و متناقصة تماماً على المجال $f\left(\frac{-1}{2}\right) \times f\left(\frac{-1}{3}\right) < 0$ و $\left[\frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}\right]$ (5)

و منه : حسب مبرهنة القيم المتوسطة للمعادلة $f(x) = 0$ حلها وحيداً α حيث :

(ن0.5) ($f\left(\frac{-1}{3}\right) \approx 0.4$ ، $f\left(\frac{-1}{2}\right) \approx -0.5$)

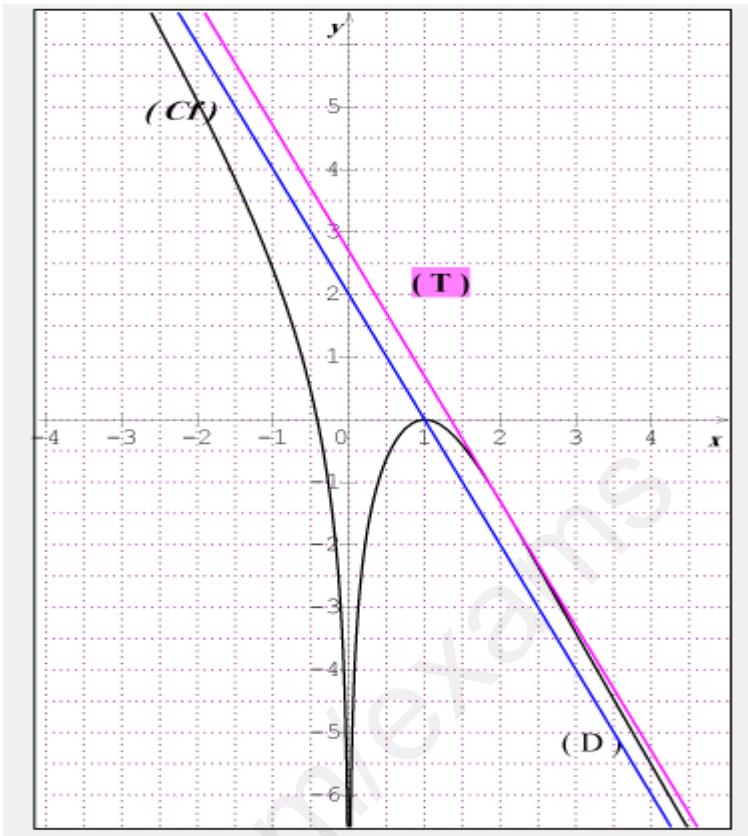
$(a \neq 0)$. $f'(a) = -2$: معناه $(T) // (D)$ ، $(T) : y = f'(a)(x-a) + f(a)$ (6)

(ن0.5) (ن0.5) $A(2, -2 + \ln 2)$: . و منه : $a = 2$. و النقطة هي :

$$\frac{2(1-a)(a^2-a+2)}{a(a^2-2a+2)} = -2$$

(ن0.5) $(T) : y = -2x + 2 + \ln 2$ (7)

(ن0.75) : (C_f) ، (D) ، (T) : إنشاء (7)



..... $m \in [2, 2 + \ln 2]$: حلین موجبین یکافی (8 نجات 0.5)

التعريف الرابع: (07 نجات)

: و منه $4x^2 + 2x + 1 \leq 4x^2 + 4x + 1$ ، $2x + 1 \leq 4x + 1$: $x > 0$ -(1)

$$(1) \dots \dots \dots \dots \dots \dots 4x^2 + 2x + 1 \leq (2x + 1)^2$$

..... من (1) و (2) نستنتج أن : من أجل كل عدد حقيقي x $4x^2 + 2x + 1 \geq 4x^2$: $x > 0$

..... $4x^2 \leq 4x^2 + 2x + 1 \leq (2x + 1)^2$: موجب تماما (0.5)

ب)- من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $4x^2 \leq 4x^2 + 2x + 1 \leq (2x + 1)^2$

$$: 2x \leq \sqrt{4x^2 + 2x + 1} \leq 2x + 1 , \sqrt{4x^2} \leq \sqrt{4x^2 + 2x + 1} \leq \sqrt{(2x + 1)^2}$$

$$\text{.....} 2 \leq f(x) \leq \frac{2x + 1}{x} \text{ (0.25)}$$

$$\text{.....} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 : \text{ فإن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 = 2 : \text{ بما أن} \text{ (0.5)}$$

..... يقبل مستقيما مقاربا أفقيا معادلته: $y = 2$ بجوار $+\infty$ $\left(C_f \right)$ (0.25)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 \left(4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}}{x} = \frac{|x| \sqrt{x^2 \left(4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}}{x} : \mathbb{R}^* \text{ من أجل كل } x \in \mathbb{R}$$

(0.5) $f(x) = -\sqrt{4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} : f(x) = \frac{-x \sqrt{\left(4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}}{x}$ لكن $x < 0$ ومنه

(0.5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\sqrt{4} = -2$ فإن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$ بما أن

(0.25) يقبل مستقيماً مقارباً أفقياً معادلته: $y = -2$ بجوار $x = -\infty$

$$\begin{cases} \lim_{x \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0^+} \sqrt{4x^2 + 2x + 1} = 1 \\ \lim_{x \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0^+} x = 0^+ \end{cases} \quad \text{لدينا:} \quad \begin{cases} \lim_{x \xrightarrow{x \rightarrow 0^-} 0^-} \sqrt{4x^2 + 2x + 1} = 1 \\ \lim_{x \xrightarrow{x \rightarrow 0^-} 0^-} x = 0^- \end{cases} \quad \text{لدينا:}$$

(0.5) $\lim_{x \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0^+} f(x) = +\infty$ و منه . $\lim_{x \xrightarrow{x \rightarrow 0^-} 0^-} f(x) = -\infty$ و منه

(0.25) يقبل مستقيماً مقارباً عمودياً معادلته: $x = 0$

$$f'(x) = \frac{\frac{(8x+2)x}{2\sqrt{4x^2+2x+1}} - \sqrt{4x^2+2x+1}}{x^2} : \mathbb{R}^* \text{ قابلة للإشتقاق على } f$$

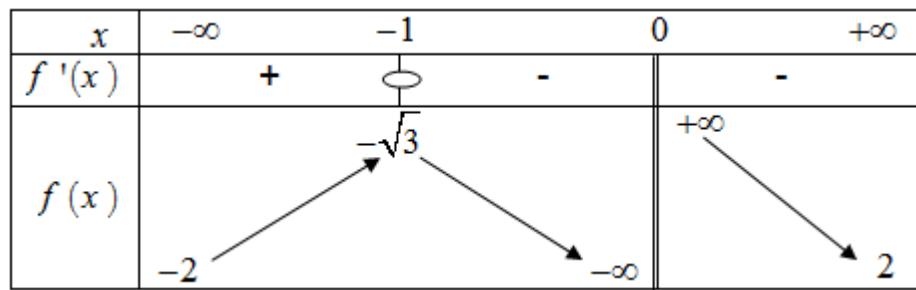
$$(0.5) f'(x) = \frac{\frac{(4x+1)x - \sqrt{4x^2+2x+1} \times \sqrt{4x^2+2x+1}}{\sqrt{4x^2+2x+1}}}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{4x^2+x - 4x^2-2x-1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} \times \frac{1}{x^2}}{x^2 \sqrt{4x^2+2x+1}} = \frac{-x-1}{x^2 \sqrt{4x^2+2x+1}}$$

$x = -1$ يكفي: $f'(x) = 0$

(0.5) f متزايدة تماماً على المجال: $[-1, 0] \cup [0, +\infty]$

(0.5) جدول تغيرات الدالة: f



$$(T) : y = f^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{-1}{2}\right) = -2\left(x + \frac{1}{2}\right) - 2 : (T) \text{ معادلة المماس } (5)$$

(0.5) $(T) : y = -2x - 3$

. (C_f) يطابق (C_g) : و منه $g(x) = f(x) : x \in [0, +\infty[$ - (6)

(0.5) $(x x')$ هو نظير (C_f) : و منه $g(x) = -f(x) : x \in]-\infty, 0[$

(01) إنشاء : (C_g) ، (C_f) ، (T) : (5)

