

**التمرين الأول ( 06):**

نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $U_0 = 1$  و  $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{4}{3}$ ,  $n$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$

أ/ أحسب:  $U_1, U_2$ .

ب/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_n < 2$ .

ج/ بين أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماما و استنتج تقاربها

2/ نعتبر المتتالية  $(V_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $V_n = U_n - 2$ .

أ/ بين أن المتتالية  $(V_n)$ , متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب/ أكتب عبارة  $V_n$  بدلالة  $n$ , ثم استنتج عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$ .

ج/ بين أن المتتالية  $(U_n)$  متقاربة

**التمرين الثاني ( 06 نقاط):**

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة ب: 1, 0, -1 وأربع كريات سوداء مرقمة ب: 1, 0, 0, -1.  
لا نميز بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا وفي أن واحد ثلاث كريات من الصندوق.  
I/ نعتبر الأحداث التالية:

- A: الحصول على كرية بيضاء على الأقل.  
B: الحصول على اللونين الأبيض والأسود  
C: الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون.  
D: 'مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة يساوي 0'.  
I/ أحسب إحتمال الأحداث: A, B و C. D

II/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق.

1/ عين قيم المتغير العشوائي X.

2/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X, ثم أحسب أمله الرياضي  $E(X)$ .

**التمرين الثالث ( 08 نقاط):**

$f$  هي الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي :  $f(x) = x + 1 - \frac{1}{e^x + 1}$ .

نسمى  $(C_f)$  المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  مع  $OI = OJ = 1cm$

1/ أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند حدود مجال تعريفها

2/ بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها

3/ بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-1 < \alpha < 0$

4/ ليكن  $(D)$  المستقيم الذي معادلته  $y = x + 1$

أ/ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)]$  , ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب/ عين وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$ .

5/ أنشئ المستقيم  $(D)$  و المنحنى  $(C_f)$ .

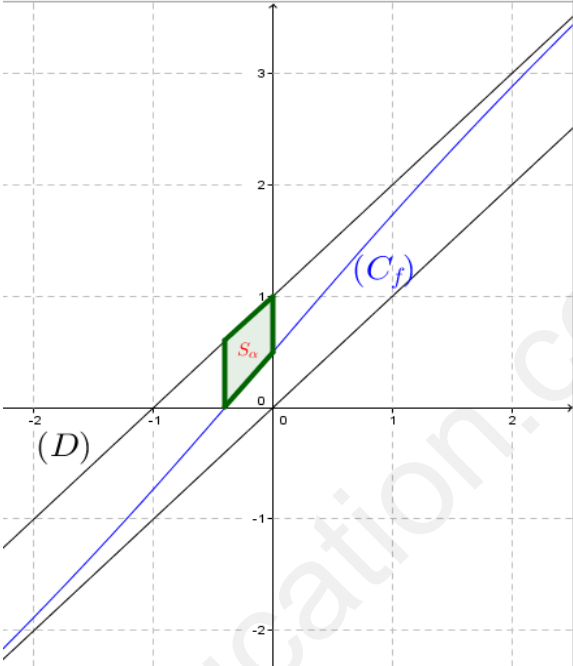
6/ بين أن الدالة  $H$  حيث  $H(x) = \ln(1 + e^{-x})$  دالة أصلية للدالة  $h$  حيث  $h(x) = -\frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$  على  $\mathbb{R}$

7/ أحسب بدلالة  $\alpha$  , مساحة الحيز المحصور بين  $(C_f)$  والمستقيمت  $(D)$  و  $x = 0$  و  $x = \alpha$

\*\*\*\*\* لكل مجتهد نصيب \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* الدماغ الذي لا يفكر يبدأ \*\*\*\*\*

<u>التنقيط</u>	<u>التمرين الأول (6 نقاط):</u>										
0.25×2	حساب الحدود: $u_2 = \frac{17}{9}$ و $u_1 = \frac{5}{3}$										
0.75+0.25	البرهان: $n=0$ ومنه $u_0 < 2$ ومن الفرض نجد $\frac{1}{3}u_n + \frac{4}{3} < 2 \times \frac{1}{3} + \frac{4}{3}$ أي $U_{n+1} < 2$										
<u>0.75</u> <u>0.25</u>	إتجاه التغير: $U_{n+1} - U_n = \frac{2}{3}(-U_n + 2) > 0$ و $(U_n)$ محدودة من الاعلى ومتزايدة فهي متقاربة										
0.5+0.5+0.75	الهندسية: $V_{n+1} = \frac{1}{3}V_n$ ومنه $V_0 = -1$ ومنه $q = \frac{1}{3}$										
0.5×2	الحد العام: $V_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ومنه $U_n = 2 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$										
0.25+0.5	التقارب: $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 2 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right] = 2$ اي المتتالية متقاربة نحو 2										
<u>التنقيط</u>	<u>التمرين الثاني (6 نقاط):</u>										
2	الإحتمال: $P(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^2 + C_3^2 \times C_4^1 + C_3^3}{C_7^3} = \frac{18+12+1}{35} = \frac{31}{35} = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_4^3}{C_7^3}$ و $P(B) = \frac{C_3^1 \times C_4^2 + C_4^1 \times C_3^2}{C_7^3} = \frac{18+12}{35} = \frac{30}{35}$ و $P(D) = \frac{C_3^3 + C_2^1 \times C_2^1 \times C_3^1}{C_7^3} = \frac{13}{35}$ و $P(C) = \frac{C_3^3 + C_4^3}{C_7^3} = \frac{1+4}{35} = \frac{5}{35}$										
0.25×4	قيم المتغير العشوائي: $X = \{0; 1; 2; 3\}$										
0.5×4	قانون الاحتمال:										
	<table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>P(X=i)</math></td> <td><math>\frac{1}{35}</math></td> <td><math>\frac{12}{35}</math></td> <td><math>\frac{18}{35}</math></td> <td><math>\frac{4}{35}</math></td> </tr> </table>	X	0	1	2	3	$P(X=i)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$
X	0	1	2	3							
$P(X=i)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$							
1	الأمل الرياضي: $E(X) = \frac{60}{35} \approx 1.71$										
<u>التنقيط</u>	<u>التمرين الثالث ( 08 نقاط ):</u>										
0.5+0.5	النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1-0) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x+1 - \frac{1}{0+1} \right) = -\infty$ لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x + 1} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$										
0.5 0.5	المشتق: $f'(x) = 1 + \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$ و $f'(x) > 0$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ . اذن الدالة $f$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$										
<u>0.5+0.5</u>	المعادلة: بما أن الدالة $f$ مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و $f(-1) \approx -0.73$ و $f(0) \approx 0.5$ اذن $f(-1) \times f(0) < 0$ و عليه ح م ق م فان للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد $\alpha$ حيث: $-1 < \alpha < 0$										

01	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td colspan="2" style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$+\infty$	$f'(x)$	+		$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	جدول التغيرات :
$x$	$-\infty$	$+\infty$									
$f'(x)$	+										
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$									
0.5+0.5	<p>النهاية و التفسير : <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{e^x + 1} = 0</math> اذن المستقيم <math>(D)</math> مقارب مائل لـ <math>(C_f)</math> بجوار <math>+\infty</math></p>										
0.5	<p>الوضعية : <math>f(x) - y = -\frac{1}{e^x + 1} &lt; 0</math> مهما كان <math>x \in \mathbb{R}</math> وعليه <math>(C_f)</math> تحت المستقيم <math>(D)</math> من أجل كل <math>x \in \mathbb{R}</math></p>										
0.5  0.5			الإشياء:								
0.5	<p>الدالة الأصلية : <math>H(x) = h(x)</math> دالة قابلة للإشتقاق و</p>										
0.25  0.5  0.25	<p>المساحة : وحدة المساحة هي : <math>OI \times OJ = 1cm^2</math> و</p> $\int_{\alpha}^0  f(x) - y  dx = \int_{\alpha}^0 \frac{1}{e^x + 1} dx = \int_{\alpha}^0 \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} dx = [-H(x)]_{\alpha}^0 = H(0) - H(\alpha) = \ln(1 + e^{-\alpha}) - \ln 2$ <p>وعليه : <math>S_{\alpha} = (\ln(1 + e^{-\alpha}) - \ln 2) cm^2</math></p>										

😊 تصحيح مختصر للإختبار

مقدم لكم من طرف الأستاذ سهيل ابن تيمية لانتسونا من خالص دعائكم