

التعميرين الأولي (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب z : $z^2 - 2z + 4 = 0$.
2. في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب:
 $z_C = -2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ و $z_B = -\bar{z}_A$ ، $z_A = 1 + i\sqrt{3}$
أ. أكتب كلا من z_C و z_B ، z_A على الشكل المثلثي.
ب. استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها.
3. أ. تحقق أن: $z_C - z_B = -i\sqrt{3}(z_A - z_B)$
ب. استنتج نوع المثلث ABC .
4. أكتب على الشكل الجبري ثم المثلث العدد المركب $\frac{z_A}{1+i}$ ، ثم استنتج القيمتين المضبوطتين للعددين $\cos \left(\frac{\pi}{12} \right)$ و $\sin \left(\frac{\pi}{12} \right)$.
5. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{1+i} \right)^n$ حقيقيا سالبا.

التعميرين الثاني (04 نقاط)

1. يحتوي كيس U_1 على كرتين مرقمة ب: 1 و 2.
و يحتوي كيس U_2 على ثلاث كرات سوداء و سبع كرات بيضاء.
نسحب عشوائيا كرة واحدة من U_1 ، إذا ظهر الرقم 1 نسحب كرة واحدة من U_2 و إذا ظهر الرقم 2 نسحب كرتين على التوالي بدون إرجاع من U_2 .
نعتبر الحادثتين A : "سحب كرتين بيضاوين"، B : "سحب كرتين مختلفتي اللون".
1. أ. أنجز شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه التجربة.
ب. بيّن أن: $P(A) = P(B) = \frac{7}{30}$.
2. α عدد طبيعي غير معدوم. نعتبر اللعبة التالية: إذا سحبنا كرة بيضاء نربح 3 نقط و إذا سحبنا كرة سوداء نخسر 2α .
ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع النقط المتحصل عليها.
أ. برّر أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{3 - 2\alpha; -4\alpha; 6; -2\alpha; 3\}$.
ب. عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X .

الصفحة 1 من 2 (أقلب الصفحة)

ج . بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو $E(X) = \frac{63-18\alpha}{20}$ ، استنتج قيمة α حتى تكون اللعبة مربحة
 د . استنتج في هذه الحالة قيمة $E(2024X - 1445)$.

التعمير الثالث (04 نقاط)

- (U_n) متتالية عددية معرفة بـ: $U_0 = 0$ و $U_1 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2} = \frac{2}{5}U_{n+1} - \frac{1}{25}U_n$.
1. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n$ و $W_n = 5^n U_n$.
 أ . برهن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم أعط عبارة V_n بدلالة n .
 ب . برهن أن (W_n) متتالية حسابية أساسها 5 ثم أعط عبارة W_n بدلالة n .
 2. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + 5U_1 + 5^2U_2 + 5^3U_3 + \dots + 5^nU_n$ و الجداء : $P_n = \left(V_1 - \frac{V_1}{2}\right)\left(V_2 - \frac{V_2}{3}\right)\left(V_3 - \frac{V_3}{4}\right)\dots\left(V_n - \frac{V_n}{n+1}\right)$.
 3. أ . بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 < U_{n+1} \leq \frac{2}{5}U_n$.
 ب . استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 < U_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

التعمير الرابع (07 نقاط)

- [1]. لتكن g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = -2x^2 + 2 - \ln x$.
 أ . أدرس تغيرات الدالة g .
 ب . استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) = 0$)
- [2]. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{-1+\ln x}{x} - 2x + 2e$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.
 1. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 2. أثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = -2x + 2e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d) .
 3. أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,4; 0,5[$ ثم أرسم (d) و (C_f) .
 4. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $\frac{-1+\ln x}{x} = m - 2e$.
 5. أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (d) و المستقيمين $x = 1$ و $x = e$.

التعريف الأول (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب z : $(z + 1)(z^2 - 4z + 7) = 0$.
2. في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب :
 $z_C = \overline{z_B}$ و $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_A = -1$
 أ . أكتب العدد المركب $(z_B - z_A)$ على الشكل المثلثي .
 ب . استنتج قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .
3. أ . أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل المثلثي .
 ب . استنتج نوع المثلث ABC .
 ج . استنتج مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
4. عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق : $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k يسمح \mathbb{R}^* .

التعريف الثاني (04 نقاط)

- يحتوي كيس U_1 على 10 كرات منها 5 بيضاء و 3 سوداء و 2 خضراء .
 و يحتوي كيس U_2 على 7 كرات منها 4 حمراء و 3 كرات خضراء (الكرات لا نفرق بينها باللمس) ثم نقوم بثلاث تجارب :
- [1] التجربة الأولى : نسحب عشوائيا و في آن واحد 4 كرات من الصندوق U_1 .
 و نعتبر الحادثتين : " من بين الكرات الأربعة توجد كرة واحدة خضراء فقط " B
 " من بين الكرات الأربعة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون " A .
 أ . بين أنّ $P(A) = \frac{8}{15}$ و $P(B) = \frac{19}{70}$.
 ب . n عدد طبيعي غير معدوم ، نفرض أنّ سحب كرة بيضاء يعطي ربح n نقطة و ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المتحصل عليها .
 - عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X .
 - جد قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $E(X) = 4048$.
 - [2] التجربة الثانية : نضع كل كرات الكيسين U_1 و U_2 في كيس ثالث U_3 ثم نسحب 4 كرات في آن واحد .
 ما هو احتمال أن تحمل الكرات الأربعة ألوان علم فلسطين ؟

[3] التجربة الثالثة: نسحب عشوائيا على التوالي و بدون إرجاع ثلاث كرات من U_3 .

لتكن الحادثة C : " الكرات الثلاثة تحمل ألوان العلم الوطني " . أحسب $P(C)$.

التحريز الثالث (04 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بـ: $U_1 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}U_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)}$.

1. أ . برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n \leq 3$.

ب . أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

ج . أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

2. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $V_n = n(3 - U_n)$.

أ . بيّن أنّ (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول V_1 .

ب . أكتب كلا من U_n و V_n بدلالة n .

ج . أحسب بدلالة n : $S_n = \frac{V_1}{3-U_1} + \frac{V_2}{3-U_2} + \frac{V_3}{3-U_3} + \dots + \frac{V_n}{3-U_n}$ و $T_n = U_1 + 2U_2 + 3U_3 + \dots + nU_n$.

التحريز الرابع (07 نقاط)

[1] الدالة المعرفة على المجال \mathbb{R} بـ: $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} (حساب النهايات غير مطلوب)

2. أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α حيث $-0.15 < \alpha < -0.16$. ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

[2] . لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ، وحدة الطول $2cm$.

1. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب مائل ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (d) .

3 . أرسم المستقيم (d) والمنحني (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 3,07$) .

4 . أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (d) يطلب تعيين معادلة له .

5 . أ . باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب: $\int_{-2}^0 2xe^{2x} dx$.

ب . أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (d) و المستقيمين $x = -2$ و $x = 0$.

الصفحة 2 من 2 (انتهى الموضوع الثاني)