الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عبد الرحمان كرزازي — السنة الدراسية 2024/2023

المستوى الثالثة علوم تجريبية — المدة : ثلاث ساعات

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04,5 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي : $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 4$

ب) ادرس اتجاه تغير (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة .

ت) عين نهاية المتتالية (u_n)

2. المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_{n+1} - u_n = e^{v_n}$

أ) بين أن (v_n) متتاليه حسابية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول .

3. أ) أكتب v_n بدلالة n ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 4 - \frac{1}{4^{n-1}}$

ب) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4. أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S_n' حيث : $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + e^{v_2} + ... + e^{v_n}$

$S_n' = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

التمرين الثاني : (04,5 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات سوداء مرقمة بـ $(-1, 1, 0, 0, 0)$ و أربع كريات بيضاء مرقمة بـ $(-1, 1, 1, 1)$ و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ$(-1, 1, 0)$ كل الكريات متماثلة لا نميز بينها باللمس

نسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد من الصندوق

1) احسب احتمال الحوادث الأتية

A "سحب ثلاث كريات من نفس اللون "

B " سحب ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم "

C " سحب ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى"

2) بين أن $P(A \cap C) = \frac{1}{55}$ ثم استنتج $P(A \cup C)$

3) علما أن الكريات المسحوبة مختلفة الأرقام مثنى مثنى ماحتمال أن تكون من نفس اللون .

4) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بجداء الأرقام المسجلة على الكريات الثلاث المسحوبة.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X

ت) احسب امله الرياضياتي $E(X)$

ث) احسب $P(X^2 = 1)$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية **جواب واحد صحيح فقط** . عين **الإجابة الصحيحة** مع التعليل :

1. (u_n) و (v_n) المتتاليتين المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=1$ و $u_{n+1}=u_n-5$ و $v_n=2^{u_n}$:

أ) (v_n) متتالية حسابية ، ب) (v_n) متتالية هندسية ، ج) (v_n) متتالية لا هندسية و لا حسابية

2. نسحب عشوائيا ثلاث كريات بالتتابع دون ارجاع من كيس به سبع كريات حمراء و ثلاث كريات بيضاء و كرة سوداء

- احتمال سحب كريتين حمراوتين على الأكثر هو

أ) $\frac{91}{165}$ ، ب) $\frac{7}{55}$ ، ج) $\frac{26}{33}$

3. القيمة المتوسطة لدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(2x+1)\ln x$ على المجال $[e;e^2]$ هي :

أ) $m=\frac{e^4-e^2}{2(e^2-e)}$ ، ب) $m=\frac{2e^3+e}{2(e^2-e)}$ ، ج) $m=\frac{3e^3+e}{2(e-1)}$

4. حلول المعادلة التفاضلية $x^2y'=2x^2e^{2x}+1$ على المجال $]0;+\infty[$ هي :

أ) $f(x)=e^{2x}+\frac{1}{x}+c$ ، ب) $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-\ln x+c$ ، ج) $f(x)=e^{2x}-\frac{1}{x}+c$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x-e+e\ln x$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,54<\alpha<1,55$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\left(\frac{x-e}{x}\right)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$.

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا .
2. أ . أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

   ب . استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
3. (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

   أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$ ، فسر النتيجة هندسيا .

   ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (Γ)
4. عين نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$.
5. أرسم (Γ) و (C_f) ناخذ $f(\alpha)\simeq-0,3$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x\ln x-\frac{e}{2}(\ln x)^2-x$

1. بين أن الدالة h هي دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$
2. أحسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين $x=1$ و $x=e$