# مواضيع مقترحة في المتتاليات

## موجهة للشعب الأدبية

إعداد الأستاذة عون الله صورية

لاتنسونا من صالح دعائكم

**التمرين الأول:**

$(U_n)$ متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_0 = 1$ ، $U_4 + U_5 = 20$

١-أحسب الأساس $r$

٢-أكتب عبارة الحد العام للمتتالية $(U_n)$

٣-حدد مع التبرير إتجاه تغير المتتالية $(U_n)$

٤-بين أن 2023 حد من حدود المتتالية $(U_n)$ يطلب تعيين رتبته

٥-أحسب المجموع: $S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{1011}$

**التمرين الثاني:**

$(U_n)$ متتالة حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_{21} = 64$ و $U_5 = 16$

١-عين الأساس r ثم استنتج $U_0$

٢- أكتب عبارة الحد العام

٣-أحسب الحد $U_{674}$

٤-بين أن 1444 حد من حدود المتتالية $(U_n)$ يطلب تعيينه

٤-أحسب المجموع: $S = U_{481} + U_{482} + \cdots + U_{674}$

٥-$(V_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = 2^{U_n - 1}$

-بين أن $(V_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $q$

٦-عين حدها الأول

٧-أحسب المجموع: $S' = V_0 + V_{482} + \cdots + V_{674}$

**التمرين الثالث:**

$(U_n)$ متتالة معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n = -3n - 1$

١-أحسب الحدود الثلاثة الأولى

٢-بين أن $(U_n)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول $U_0$

٣-استنتج إتجاه تغير المتتالية $(U_n)$

٤-بين أن $-2023$ حد من حدود المتتالية $(U_n)$ يطلب تعيين رتبته

٥- أحسب المجموع: $S = U_0 + U_2 + \cdots + U_{674}$

Sabrine.sabrine49@gmail.com

## حل التمرين الأول:

لدينا: $\boldsymbol{U_4 + U_5 = 20}$ تكافىء: $U_0 + 4r + U_0 + 5r = 20$

تكافىء: $2U_0 + 9r = 20$ وبما أن: $\boldsymbol{U_0 = 1}$ فإن: $2 + 9r = 20$ ومنه: $r = 2$

إعداد الأستاذة عون الله صورية

لاتنسونا من صالح دعائكم

### كتابة عبارة الحد العام:

$$U_n = 1 + 2n$$

### إتجاه التغير :

نلاحظ أن $r = 2 > 0$ ومنه المتتالية $(\boldsymbol{U_n})$ متزايدة تماما

### *إثبات أن 2023 حد من حدود المتتالية*

لدينا: $U_n = 2023$ تكافىء $2n + 1 = 2023$ ومنه: $n = 1011$

ومنه $U_{1011} = 2023$ أي الحد الذي رتبته 1012 يساوي 2023

### حساب المجموع: $\boldsymbol{S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{1011}}$

$$S = \frac{1012}{2}(\boldsymbol{U_0 + U_{1011}})$$

ومنه: $S = 506(1 + 2023)$ إذن: $S = 1024144$

## حل التمرين الثاني:

لدينا: $\boldsymbol{U_{21} = 64}$ و $\boldsymbol{U_5 = 16}$

بمأن: $U_n = U_p + (n - p)r$ فإن: $U_{21} = U_5 + (21 - 5)r$ ومنه: $16 + 16r = 64$

إذن: $r = 3$

### استنتاج قيمة الحد الأول:

نعلم أن $U_{21} = U_0 + 21r$ ومنه: $64 = U_0 + 21 \times 3$ إذن: $U_0 = 1$

### كتابة عبارة الحد العام:

$$u_n = 3n + 1$$

### حساب $U_{674}$

لدينا:

$$u_n = 3n + 1$$

ومنه:

$$u_{674} = 3 \times 674 + 1$$

إذن: $\boldsymbol{U_{674} = 2023}$=

### إثبات أن 1444 حد من حدود المتتالية :

لدينا: $U_n = 1444$ تكافىء $3n + 1 = 1444$ ومنه: $n = 481$

نستنتج أن 1444 هو الحد ذو الرتبة 482

حساب المجموع: $S = U_{481} + U_{482} + \cdots + U_{674}$

$$S = \frac{674 - 481 + 1}{2}(\mathbf{1444} + \mathbf{2023})$$

II اثبات أن $(V_n)$ متتالية هندسية:

لدينا : $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2^{U_{n+1}-1}}{2^{U_n-1}} = \frac{2^{3n+3}}{2^{3n}}$ ومنه: $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 2^3 = 8$ إذن $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = 8$

تعيين $V_0$:

$$V_0 = 2^{1-1} = 1$$

إعداد الأستاذة عون الله صورية

لاتنسونا من صالح دعائكم

حساب المجموع: $S' = V_0 + V_{482} + \cdots + V_{674}$

$$S' = \mathbf{1}\left(\frac{8^{675} - 1}{8 - 1}\right)$$

**حل التمرين الثالث:**

حساب الحدود الثلاثة الأولى:

لدينا: $\mathbf{U_n = -3n - 1}$ ومنه: $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_1 = -4 \\ U_2 = -7 \end{cases}$

إثبات أن $(U_n)$ متتالية حسابية و تعيين أساسها وحدها الأول $U_0$:

لدينا: $U_{n+1} - U_n = -3(n+1) - 1 - (-3n - 1)$

ومنه: $U_{n+1} - U_n = -3$

إذن $(\boldsymbol{U_n})$ متتالية حسابية وأساسها $r = -3$

استنتاج إتجاه التغير:

نلاحظ أن أساس المتتالية سالب تماما ومنه نستنتج أن المتتالية $(\boldsymbol{U_n})$ متناقصة تماما

إثبات أن $-2023$ حد من حدود المتتالية $(\boldsymbol{U_n})$

لدينا: $\mathbf{-3n - 1 = -2023}$ تكافىء: $n = 674$

ومنه $\boldsymbol{U_{674}} = \mathbf{-2023}$ هو الحد ذو الرتبة 675

حساب المجموع:

$$S = \frac{674 - 0 + 1}{2}(U_0 + U_{674})$$

ومنه:

$$S = \frac{675}{2}(-1 - 2023) = 682088$$