

المسألة الأولى :

A. علما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$.

B. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ :

$$g(x) = 2x - 1 - \ln x$$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

(2) احسب مشتق الدالة g ثم استنتج اتجاه تغيراتها.

(3) شكل جدول تغيرات الدالة g

ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

(4) بين أن $g(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α على $]0.1; 0.3[$.

C. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ :

$$f(x) = x^2 \left(1 - \frac{\ln x}{x} \right)$$

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{O}; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0, +\infty[$

$$f'(x) = g(x) \text{ وأن}$$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة

التي فاصلتها $\frac{1}{2}$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

(4) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي

فاصلتها 1 ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (Δ)

(5) M نقطة من (C_f) فاصلتها x . عين نهاية ميل المستقيم

(OM) لما x يؤول إلى 0 عن اليمين. ماذا تستنتج ؟

(6) أرسم (Δ) و (C_f) .

(7) أ) بين أن معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي

$$y = x - \alpha^2 + \alpha \text{ هي}$$

فاصلتها α هي α ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m

$$\text{عدد حلول المعادلة : } x^2 - x(1 + \ln x) - m = 0$$

المسألة الثانية :

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ :

$$f(x) = ax + \frac{b}{x} + c \ln(x)$$

أولا: عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث المنحنى (C_f)

يقبل عند النقطة $A(1;1)$ مماسا يمر بالمبدأ ويقبل عند النقطة ذات

الفاصلة 2 مماسا يوازي حامل محور الفواصل.

ثانيا: نفرض أن $a=-3$ و $b=4$ و $c=8$

1- بين أن $f'(x) = \frac{-3x^2 + 8x - 4}{x^2}$ واستنتج إشارة $f'(x)$

2- احسب النهايات عند أطراف مجال التعريف.

3- شكل جدول التغيرات للدالة f .

4- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على

$$\text{المجال }]4; 4,1[$$

5- عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي ميله 1.

6- أرسم المنحنى (C_f) المماس (T) .

7- ناقش بيانها، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة

$$3x^2 - 4 + (m - 8 \ln x)x = x$$

المسألة الثالثة :

A. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ :

$$g(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(1+x)$$

1. عين نهاية الدالة g عند $+\infty$

2. ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

شكل جدول تغيراتها g

3. بين أن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]3.9; 4[$

4. استنتج إشارة على المجال $]0; +\infty[$.

B. الدالة العددية المعرفة على R بـ

$$f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^{2x})$$

1. علما أن $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$ عين نهاية f عند $-\infty$

2. بين أن $f(x) = \frac{2x}{e^x} + \frac{\ln(1 + e^{2x})}{e^x}$

3. عين عندئذ نهاية الدالة f عند $+\infty$

4. بين انه من أجل كل عدد حقيقي x

$$f'(x) = e^{-x} g(e^{2x})$$

5. عين إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

6. بين أن $f\left(\frac{\ln \alpha}{2}\right) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}$

7. أنشئ المنحنى (C_f)

8. ناقش بيانها حسب قيم عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$e^{2x} - (e^{e^x})^m + 1 = 0$$



المسألة الرابعة :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
A. نمثل في الورقة المرفقة المنحنى (C_g) الممثل للدالة g

المعرفة على R بـ : $g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$

1. بقراءة بيانية احسب $g(-1)$ ، $g(0)$ ، $g'(0)$.

2. عين إشارة $g(x)$ على R

3. اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند نقطته ذات

الفاصلة 0

4. باستعمال المعطيات السابقة تحقق أن :

$$g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$$

B. دالة عديدة معرفة على R بـ :

$$f(x) = (x + 1)^2 e^{-x}$$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم اثبت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

ثم فسر النتيجة هندسيا

2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي : $f'(x) = g(x)$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على R ثم شكل جدول تغيراتها

4. عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا

5. استنتج معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند نقطته

ذات الفاصلة 0

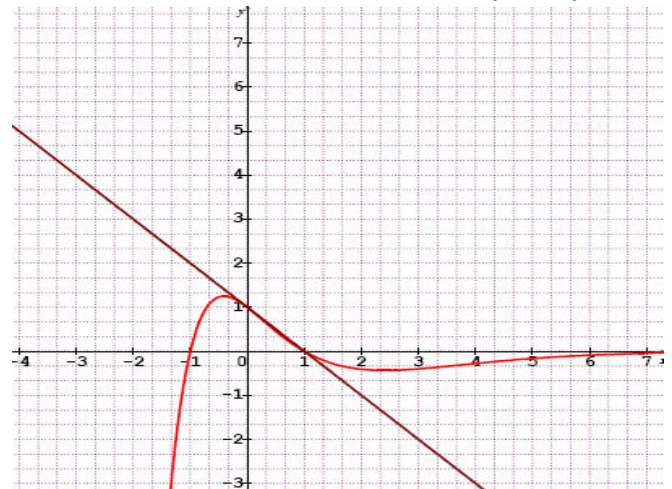
6. أنشئ المماس (T) ثم (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.

7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول

$$f(x) = mx + 1$$

8. دالة معرفة على R بـ : $k(x) = f(x^2) - 1$

ادرس تغيرات الدالة k



المسألة الخامسة :

A. الدالة g المعرفة على المجال R بـ :

$$g(x) = e^{x-2} + 1 - x$$

1. بين أن g قابلة للاشتقاق على R ثم احسب $g'(x)$.

2. عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3. استنتج إشارة $g(x)$ على R .

B. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال R بـ

$$f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$$

و (C_f) تمثيلها البياني

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ ماذا تستنتج ؟

2. بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال R :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}} \quad \text{و أن}$$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها وأن

النقطة التي فاصلتها 2 نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه

1، يطلب تعيين معادلته.

5. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على

المجال $]0.1; 0.2[$.

6. ارسم (Δ) و (C_f) .

7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد

$$\text{وإشارة حلول المعادلة : } m + 1 = \frac{x}{e^{x-2}} \dots (1)$$

ب) بين أنه إذا كانت المعادلة (1) تقبل حلين β و γ

$$\text{فإن } \beta e^\gamma = \gamma e^\beta .$$

8. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال R بـ

$$h(x) = (x - 1)(1 + e^{3-x})$$

أ) بين أن $h(x) = f(x - 1) + 1$

ثم استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) .

ب) ارسم (C_h)



المسألة الثامنة :

الجزء الأول :

g دالة عددية معرفة على \mathcal{R} بـ :

$$g(x) = e^x - x - 1$$

(a) ادرس تغيرات الدالة g

(b) استنتج إشارتها على \mathcal{R} .

الجزء الثاني :

f دالة عددية معرفة على \mathcal{R} بـ :

$$f(x) = \begin{cases} x(1 - \ln(-x)); & x < 0 \\ x - 1 + \frac{x}{e^x - 1}; & x > 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

(1) أ- بين أن f مستمرة عند 0 ،

ب- بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 من اليسار .

- أعط تفسيراً هندسياً للنتيجة .

- نقبل أن $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \frac{1}{2}$ ، فسر النتيجة هندسياً .

(3) أ- بين أن :

$$f'(x) = \begin{cases} -\ln(-x); & x < 0 \\ \frac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^2}; & x > 0 \end{cases}$$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) أوجد معادلة المماس (D) عند النقطة ذات الفاصلة -e

(5) بين أنه إذا كان :

$$f(x) \in]0; 1[\text{ فإن } x \in]0; 1[$$

(6) أ- أدرس الفرع اللانهائي لـ (C_f) عند -∞

ب- بين أن $y = x - 1$: (Δ) مقارب لـ (C_f) عند +∞

ج- ادرس الوضع النسبي بين لـ (C_f) و (Δ) .

(7) أ- تحقق أن :

$$f(x) - x = \frac{-g(x)}{e^x - 1}$$

ب- استنتج أن : $f(x) < x$ من أجل كل عدد حقيقي x موجب .

(8) أنشئ (D) ، (Δ) ثم (C_f) في المعلم (o; i, j) في المعلم (o; i, j)



انتظروا الجديد

المسألة السادسة :

(1) f دالة عددية معرفة على $]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$ بـ :

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2} + \ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$$

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس (o; i, j) ، وحدة الطول 1cm

(a) ادرس تغيرات الدالة f .

(b) بين أن (C_f) يقبل عند نقطتين A ، B مماسين معاملاً

توجيه كل منهما يساوي I ، عين عندئذ إحداثياتهما .

(c) بين أن $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $\alpha \in \left] \frac{13}{4}, \frac{7}{2} \right[$

(d) احسب f(2) ، f(-5) ، f(-3) .

(e) أنشئ (C_f) .

(f) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول

المعادلة ذات المجهول x التالية :

$$(x+2)\ln\left(\frac{x}{x+2}\right) - mx - 2m - 3 = 0$$

المسألة السابعة :

f دالة عددية معرفة على \mathcal{R}^* بـ : $f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس (o; i, j) ، وحدة الطول 1cm

(1) ادرس تغيرات الدالة f .

(2) أثبت أن (C_f) يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة y = 1 في

نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما .

(3) احسب f(-x) + f(x) . ماذا تستنتج ؟

(4) بين أن $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $\alpha \in \left] -1, -\frac{1}{2} \right[$

(5) أثبت أن (C_f) يقبل مماساً (D) يشمل النقطة A(0, 1) ويمس

(C_f) في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما. أوجد معادلة المماس (D) .

(6) أنشئ (C_f) .

(7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات

المجهول الحقيقي x : $f(x) = mx + 1$.

(8) g الدالة العددية المعرفة على \mathcal{R}^* بـ : $g(x) = 1 + \frac{\ln x^2}{|x|}$

(C_g) المنحنى البياني الممثل للدالة g في المستوي السابق.

(a) بين أن g دالة زوجية .

(b) دون دراسة تغيرات الدالة g ، ارسم (C_g) مع التعليل .