ثانوية الشهيد لقرع محمد الضيف بن لمام   السنة الدراسية : 2014/2013
الرباح ولاية الوادي

تمارين الدعم / السلسلة رقم 6 ـــــ الهندســـــة الفضائيـــــــــة

المستوى :3ع ت + 3ر +3ت ر

الشمـــولية + الدقـــة + الحداثـــة + التميــــز : تجدونـــه في←←←← تقديم الأستاذ : بك علي

لسنا وحدنا ولسنا الأفضل! ......

تمرين1 (بكالوريا تونس 2008 . الشعبة : علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط : $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ و $C(4;-2;5)$.

① أ- عيّن إحداثيات كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

ب- استنتج أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .

جـ - أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

② لتكن H المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC). بيّن أن $OH=\frac{4}{3}$.

احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

③ لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها النقطة O وتمرّ بالنقطة A .

أ- بيّن أن تقاطع (S) مع المستوي (ABC) هو دائرة (c) مركزها النقطة H .

ب- احسب نصف قطر الدائرة (c) .

تمرين 2 : (Bac Polynésie juin 2008)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط : $A(1;2;3)$ ، $B(0;1;4)$ ، $C(-1;-3;2)$ ، $D(4;-2;5)$ والشعاع $\vec{n}(2;-1;1)$.

1) أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب- بيّن أن $\vec{n}(2;-1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC).

جـ- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) ليكن (Δ) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي :
$$\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=4-t \end{cases}$$

- بيّن أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأن هذا المستقيم عمودي على المستوي (ABC).

3) لتكن E المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .

- بيّن أن النقطة E هي مركز ثقل المثلث ABC .

تمرين 3 (بكالوريا موريتانيا 2009 . الشعبة العلمية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A(-4;6;-1)$ ، $B(1;2;2)$ و $C(-1;4;3)$.

① أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب- احسب مساحة المثلث ABC .

② اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

③ لتكن I منتصف القطعة $[AC]$ ، و D نظيرة B بالنسبة إلى I .

أ- بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى مستو واحد .

ب- عيّن طبيعة الرباعي $ABCD$ ثم احسب مساحته .

تمرين4 (بكالوريا2011: ش . ع ت)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط $A\left(0;1;5\right)$ ، $B\left(2;1;7\right)$ و $C\left(3;-3;6\right)$.

1. أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}\left(1;-4;-1\right)$ شعاع توجيه له

ب-تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

جـ - بيّن أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ متعامدان .

د- استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ).

2. نعتبر النقطة $M\left(2+t;1-4t;7-t\right)$ حيث t عدد حقيقي ؛ و لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(t)=AM$.

أ- اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t .

ب-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي t ؛ $h'(t)=\dfrac{18t}{\sqrt{18t^2+8}}$.

حـ - استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AM أصغر ما يمكن .

- قارن بين القيمة الصغرى للدالة h ، و المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

تمرين5 Bac Polynésie Juin 2009 S

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :
$A(1;-1;3)$ ، $B(0;3;1)$ ، $C(6;-7;-1)$ ، $D(2;1;3)$ و $E(4;-6;2)$

1) أ- أثبت أن النقطة E هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1),(C;1)\}$.

ب- عيّن (S) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\sqrt{21}$.

2) أ- بيّن أن النقط A ، B و D تعيّن مستويا (ABD) .

ب- بيّن أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) .

جـ- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) .

3) أ- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة F نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD) .

4) أثبت أن المستوي (ABD) والمجموعة (S) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

تمرين 6(بكالوريا رياضيات2011)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط : $A\left(1;0;0\right)$ ، $B\left(0;2;0\right)$ ، $C\left(0;0;3\right)$ و $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)$

(D) المستقيم الذي يشمل النقطة A وشعاع توجيهه $\vec{u}\left(-1;1;\frac{3}{2}\right)$

و (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة C وشعاع توجيهه $\vec{v}\left(\frac{1}{2};1;-3\right)$

1) اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D) و (Δ) ثم ادرس الوضع النسبي لهما

2) بيّن أن : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ، ما ذا تستنتج بالنسبة للنقطة G ؟

3) عيّن شعاعا ناظميا $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة له .

4) احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

5) H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (D) .

أ- جد إحداثيات النقطة H .

ب- استنتج المسافة بين النقطة B والمستقيم (D) .

 الأستاذ: بك علي

تمرين 7 (بكالوريا رياضيات2011)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1) نعتبر النقط : $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ و $C(-1;1;1)$.

أ- أثبت أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا .

ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}(3;4;-2)$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث :

$$(P_1): 3x+4y-2z+1=0 \quad \text{و} \quad (P_2): 2x-2y-z-1=0$$

أ- بيّن أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان .

ب- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .

جـ- تحقق أن النقطة $O(0;0;0)$ لا تنتمي إلى (Δ) .

د- احسب المسافتين $d(O;(P_1))$ و $d(O;(P_2))$ واستنتج المسافة

$d(O;(\Delta))$.

تمرين8 (Bac Nouvelle Calédonie mars 2011)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A(-2;0;1)$ ، $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$.

1) بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية ، ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) ليكن (p) و (p') المستويين اللذين معادلتاهما على الترتيب :

$$x+y-3z+3=0 \quad \text{و} \quad x-2y+6z=0$$

بيّن أن المستويين (p) و (p') يتقاطعان وفق مستقيم (D) تمثيله الوسيطي :

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=-1+3t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$$

3) أثبت أن المستقيم (D) والمستوي (ABC) متقاطعان وعيّن إحداثيات نقطة تقاطعهما .

4) لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها النقطة $\Omega(1;-3;1)$ ونصف قطرها $r=3$.

أ- اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

ب- ادرس تقاطع سطح كرة (S) والمستقيم (D) .

جـ- بيّن أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) .

تمرين9 Bac S Pondichery avril 2012

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر :

المستويين (P) و (P') اللذين معادلتاهما على الترتيب : $x-y-z-2=0$ و $x+y+3z=0$

المستقيم (D) الذي تمثيل وسيطي له : $$\begin{cases} x=-2t-3 \\ y=2t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=2t+1 \end{cases}$$

أجب بـ صحيح أو خاطئ مع التبرير عن كل سؤال من الأسئلة الآتية :

1) المستقيم (D) عمودي على المستوي (P) .

2) سطح الكرة التي مركزها O ونصف قطرها 2 مماسة للمستوي (P) .

3) يتقاطع المستويان (P) و (P') وفق مستقيم (Δ) تمثيل وسيطي له : $$\begin{cases} x=-t'+1 \\ y=-2t'-1 \quad (t'\in\mathbb{R}) \\ z=t' \end{cases}$$

4) يقع المستقيمان (D) و (Δ) في نفس المستوي .

الأستاذ: بك علي

تمرين10 (بكالوريا ع ت 2013)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط:

$A(-1;1;3)$ ، $B(1;0;-1)$ ، $C(2;-1;1)$ ، $D(2;0;-1)$ و المستوي (P) ذا المعادلة: $2y+z+1=0$.

ليكن (Δ) المستقيم الذي تمثيل وسيطي له: $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+\beta \\ z=1-2\beta \end{cases}$ حيث β وسيط حقيقي.

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC)، ثمّ تحقّق أن المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).

2) بيّن أن المستقيمين (Δ) و (BC) ليسا من نفس المستوي.

3) أ) احسب المسافة بين النقطة A و المستوي (P).

ب) بيّن أن D نقطة من (P)، و أن المثلث BCD قائم.

4) بيّن أن $ABCD$ رباعي وجوه، ثمّ احسب حجمه.

تمرين11 (بكالوريا ع ت 2013)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(2;1;-1)$ ، $B(1;-1;3)$ ، $C\left(-\frac{3}{2};-2;1\right)$ و $D\left(\frac{7}{2};-3;0\right)$. ولتكن I منتصف القطعة $[AB]$.

1) أ) احسب إحداثيات النقطة I.

ب) بيّن أنّ: $2x+4y-8z+5=0$ معادلة ديكارتية لـ (P)؛ المستوي المحوري لـ $[AB]$.

2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C و $\vec{u}(1;2;-4)$ شعاع توجيه له.

3) أ) جد إحداثيات E نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ).

ب) بيّن أنّ (Δ) و (AB) من نفس المستوي، ثم استنتج أنّ المثلث IEC قائم.

4) أ) بيّن أنّ المستقيم (ID) عمودي على كل من المستقيم (AB) و المستقيم (IE).

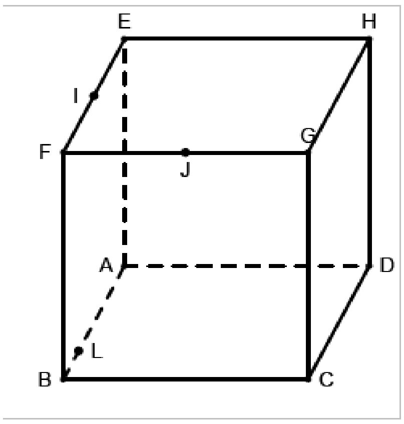
ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $DIEC$.

تمرين 12 (أسئلة متعددة الاختيارات)

نعتبر في الفضاء مكعبا $ABCDEFGH$ طول حرفه 1. نختار المعلم المتعامد و المتجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

نسمي I و J منتصفي قطعتي المستقيم $[EF]$ و $[FG]$ على الترتيب و L مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3)\}$،
π المستوي ذو المعادلة $4x-4y+3z-3=0$.

اختر الإجابات الصحيحة من بين الإجابات التالية:



1- احداثيات L هي: أ) $\left(\frac{3}{2};0;0\right)$ ب) $\left(\frac{3}{4};0;0\right)$ جـ) $\left(\frac{1}{4};0;0\right)$.

2- المستوي π هو : أ) (GLE) ب) (LEJ) جـ) (GFA).

3- المستوي الذي يشمل النقطة I ويوازي المستوي π يقطع المستقيم (FB) في النقطة M ذات الإحداثيات:

أ) $\left(1;0;\frac{1}{4}\right)$ ب) $\left(1;0;\frac{1}{5}\right)$ جـ) $\left(1;0;\frac{1}{3}\right)$

4- أ- المستقيمان (LE) و (FB) متقاطعان في النقطة N التي هي نظيرة M بالنسبة للنقطة B.

ب- المستقيمان (LE) و (IM) متوازيان.

جـ- المستقيمان (LE) و (IM) متقاطعان.

5- حجم رباعي الوجوه $FIJM$ هو : أ) $\frac{1}{36}$ ب) $\frac{1}{48}$ جـ) $\frac{1}{24}$

 الأستاذ: بك علي

تمرين13

$\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء

نعتبر سطح الكرة (S) معادلته :

$$x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=3$$

و المستوي (P) الذي معادلته :

$$x+2y+2z+2=0$$

1- أوجد المركز Ω ونصف القطر R للسطح (S)

2- بين أن المستوي (P) مماس لسطح الكرة (S)

3- أوجد معادلة المستوي (Q) **المماس** لسطح الكرة (S) عند النقطة $B(3,2,0)$

4- بين أن $(P)\perp(Q)$

5- ليكن المستقيم (Δ) المار من النقطة $C\ (1,1,1)$ و الموازي للمستويين (P) و (Q)

أ/ حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)

ب/ بين أن (Δ) يقطع (S) في نقطتين **(يطلب تحديدهما)**

تمرين14

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة:

$$2x+y-2z+4=0$$

تعطى النقط: $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$

1) أ – بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.

ب–تحقق أن هذا المستوي هو (P).

2) أ– بين أن المثلث ABC قائم.

ب– أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ الذي يشمل المبدأ O ويعامد المستوي (P).

ج- لتكن K المسقط العمودي للمبدأ O على المستوي (P).احسب بطريقتين الطول OK.

د – احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(O;3);(A;1);(B;1);(C;1)\}$ و I مركز ثقل المثلث ABC.

أ– بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم (OI).

ب– حدد المسافة بين النقطة G والمستوي (P).

تمرين15

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

$A(1,2,3)$ $B(2,2,-1)$ $C(1,3,8)$ نقط من الفضاء

1- بين أن النقط C ، B ، A ليست على استقامة واحدة

2-بين أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق من أجل كل k من R^* :

$$(x+y+z-2)+k(-2x-y+3z-5)=0$$

هي المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي :

$$\begin{cases} x=4t-3 \\ y=-5t+4 \quad t\in R \\ z=t+1 \end{cases}$$

3- أ- بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC)

ب- عين معادلة المستوي (ABC)

4- G مرجح الجملة $(A,1)$ $(B,-1)$ $(C,1)$

عين مجموعة النقط من الفضاء M التي تحقق :

أ- $\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=0$

ب- $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{3}$

تمرين16

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط التالية $A(4;0;-3)$ ، $B(2;2;2)$ ، $C(3;-3;-1)$ و $D(0;0;-3)$.

1) عين معادلة ديكارتية لمستوي محور [AB]

ليكن (P) هذا المستوي) .

2) أ) نقبل فيما يلي أن المستويين محوري القطعتين [DC] و [BC]

معرفان بالمعادلتين :

3x-3y+2z-5=0 و 2x-10y-6z-7=0 على الترتيب .

بين أن تقاطع هذه المستويات الثلاثة هو نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها .

ب) بين أن النقط A ، B ، C ، D تقع على سطح كرة مركزها E يطلب تعيين نصف قطره

الأستاذ: بك علي

تمرين17

A ، B ، C ثلاث نقط من الفضاء ، ليست على استقامة واحدة . k عدد حقيقي

من المجال] -1 ; 1 [. G_k مرجح الجملة $\{(A;k^2+1),(B;k);(C;-k)\}$.

1) مثل النقط A ، B ، C و I منتصف [BC] ثم أنشئ النقطتين G_1 و G_{-1}

2) a) بين أنه من أجل كل k من المجال] -1 ; 1 [لدينا : $\overrightarrow{AG_k}=\frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

b) شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على المجال] -1 ; 1 [كما يلي : $f(x)=\frac{-x}{x^2+1}$

c) استنتج مجموعة النقط G_k لما k يمسح المجال] -1 ; 1 [

3) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

5) الفضاء منسوب الآن إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقط A ، B ، C تأخذ الإحداثيات (0 ; 0 ; 2) ، (-1 ; 2 ; 1) و (-1 ; 2 ; 5) على الترتيب .

a) عين إحداثيات G_1 و G_2 ، تحقق أن (E) و (F) يتقاطعان.

b) أحسب نصف قطر الدائرة (C) تقاطع (E) و (F) .

تمرين18 (أسئلة متعددة الاختيارات) *(BAC Antilles -Guyane 2005)*

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. عيّن، في كل حالة مما يلي، النتيجة أو النتائج الصحيحة مع التبرير .

1/ المستقيم الذي يشمل $A(1;2;-4)$ و $B(-3;4;1)$ و المستقيم الذي تمثيله الوسيطي معرف بـــ:

$$\begin{cases} x=-11-4t \\ y=8+2t \\ z=11+5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

□ متقاطعان □ متوازيان تماما □ متطابقان □ ليسا من مستوي واحد

2/ ليكن المستوي (P) المعرف بالمعادلة : $2x+3y-z+4=0$ و المستقيم (d) المعرف بـــ:

$$\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=8+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

□ (P) و (d) متقاطعان □ (P) و (d) متوازيان تماما

□ (d) محتواة في (P) □ لا احد من هذه الإمكانيات صحيحة

3/ المسافة بين النقطة $A(1;2;-4)$ و المستوي المعرف بالمعادلة : $2x+3y-z+4=0$

□ $\frac{8\sqrt{14}}{7}$ □ 16 □ $8\sqrt{14}$ □ $\frac{8}{7}$

4/ لتكن النقطة $B(-3;4;1)$ وسطح الكرة (S) المعرف بالمعادلة : $x^2+y^2+z^2=16$

□ B داخل (S) □ B خارج (S) □ B نقطة من (S) □ لا نعرف