الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (3 نقاط)

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f(x)	2	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2

أجب بـ: **خطأ** أو **صحيح** على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة.

1. المستقيم الذي معادلته $y=2$ مقارب للمنحنى (C_f).
2. المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا.
3. مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>0$ هي $S=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$.
4. في المجال $]-\infty;-1[$ يكون: "$f(-2)>f(x)$ عندما يكون $x<-2$".
5. النقطة $A(-3;1)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f).
6. الدالة f زوجية.

التمرين الثاني (4 نقاط):

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $3u_{n+1}=u_n+4$

أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، يكون $u_n\le 2$.

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة.

جـ) استنتج مع التبرير أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-2$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

ب) أكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+\dots+u_n$.

التمرين الثالث (4 نقاط):

يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1،2،3،3 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 1،2،2،3،3. نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة.

1. شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:
   - باعتماد ألوان الكرات.
   - باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.
2. احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

أ) A : الكرتان المسحوبتان بيضاوان.

ب) B : إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء.

ج) C : لا يظهر الرقم 1.

التمرين الرابع (9 نقاط):

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

يرمز (C_f) إلى المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I. 1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$:

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$$

2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له .

4) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

5) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

II. 1) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ و(f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

2) عيّن اتجاه تغيّر الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها و شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

III. 1) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

2) أرسم كلا من: (Δ)، (D) و (C_f).

3) عيّن بيانيا قيّم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلاّن مختلفان.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2-1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (05 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرّفة بـ $U_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=3U_n-2$.

1. احسب U_1 ، U_2 .
2. لتكن المتتالية العددية (V_n) المعرفة بـ : $V_n=U_n-1$.

أ – أثبت أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_0.

ب- اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n.

3. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $U_{n+1}-U_n=(-4)\times 3^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n).
4. عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون : $U_0+U_1+\dots+U_n=n-79$.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

يمثّل الجدول التالي عدد الزوّار (بالآلاف) لأحد الحمّامات المعدنية بين سنتي 2000 و 2007.

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الزوّار y_i (بالآلاف)	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4

1- مثّل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

(على محور الفواصل $2cm$ تمثل سنة واحدة ، على محور التراتيب: $1cm$ ألف زائر)

2- عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علّمها .

3- بيّن أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل:

$$y=0,38x+4$$

4- باستعمال التعديل الخطي السابق عيّن عدد زوّار هذا الحمّام في سنة 2010؟

التمرين الثالث: (03 نقاط)

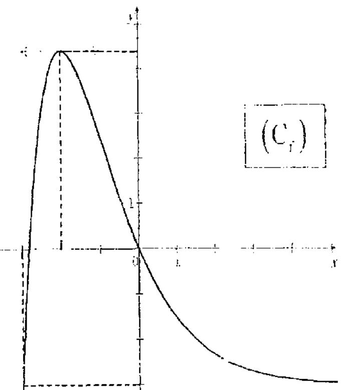
ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث: $P(x)=2x^2-5x+2$.

1. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

ب) استنتج في المجال $]0,+\infty[$ حلول المتراجحة التالية : $2(\ln x)^2-5\ln x+2>0$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$

التمرين الرابع: (8 نقاط)



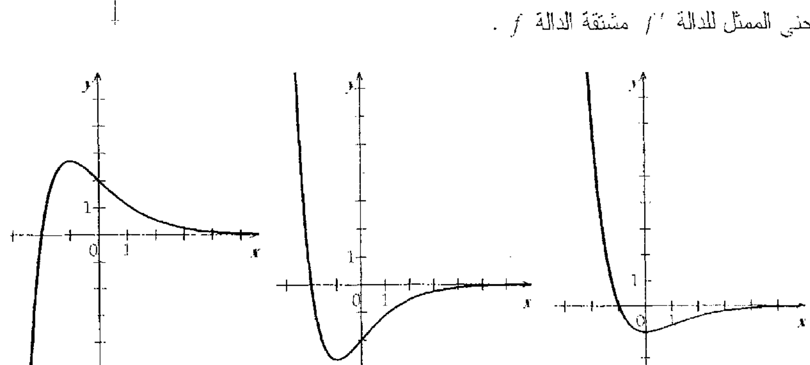
f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$ حيث a و b عددان حقيقيان و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بقراءة بيانية للمنحنى (C_f):

أ) عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$، $f'(-2)$.

ب) عيّن حسب قيّم x إشارة $f'(x)$.

جـ) من بين المنحنيات الثلاثة (1)، (2)، (3) عيّن، مع التبرير، المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



(3) (2) (1)

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

د) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $[0;+\infty[$ حلا وحيدا α محصورا بين 1,50 و 1,52.

3) نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $F(x)=(-x-4)e^{-x}$ وليكن I العدد الحقيقي حيث:

$$I=\int_{-2}^{0}f(x)dx$$

أ) احسب $F'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب) أعط تفسيرا بيانيا للعدد I مبررا الحصر التالي $4,5<I<5$ باعتبارات بيانية محضة.

جـ) احسب العدد I .