

يتم اختيار المرشحين على أساس نتائج الامتحان في مادة التفاضل والتكامل.

على المرشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05ن)

تدرس في الجدول التالي تطور رصيد إحدى الشركات مقرا بملايين الدنانير بين سنتي 2007/2001

السنوات	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
x_i (ترتيب السنوات)	0	1	2	3	4	5	6
y_i (الرصيد بملايين الدنانير)	20,4	21,2	33,8	38,6	49	53,9	59,29

(1) مثل سحابة النقاط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم مختار بعناية، ثم احسب إحداثي النقطة المتوسطة G.

(2) (أ) اكتب معادلة (D) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا، مبينا أن $a = 0,33$.

(ب) مثل المستقيم (D) في المعلم السابق.

(3) باستعمال التعديل السابق، كم يكون رصيد الشركة في سنة 2011.

التمرين الثاني: (05ن)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحددها الأول: $u_0 = \alpha$ وبالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

(أ) نفرض: $\alpha = 3$: أثبت أن المتتالية (u_n) ثابتة، ثم احسب بدلالة n-المجموع:

$$S = u_0 + \dots + u_2 + u_1 + u_0$$

(ب) نفرض: $\alpha = 2$: ونعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - 3$.

(1) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها وحددها الأول.

(2) احسب v_n بدلالة n، ثم استنتج أن: $u_n = 3 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

(3) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة محددًا نهايتها.

4) احسب جدالة n - المجموع $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = S_n$

5) ماهو اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؟

ج) نفرض: $\alpha = 6$. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث: (6.5)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يأتي:

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + x + 1}$$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس (O, I, J) .

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ماذا تستنتج؟

2. لتكن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$ بحيث: $F(0) = 0$.

أ) برر وجود الدالة F على المجال $[0; +\infty[$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة F على المجال $[0; +\infty[$.

3. نعتبر الدالتين f و K المعرفتين على المجال $[0; +\infty[$ كما يأتي:

$$K(x) = F(x) - \frac{2}{3}x \quad \text{و} \quad H(x) = F(x) - \frac{x}{3}$$

ادرس اتجاه تغير الدالتين f و K على $[0; +\infty[$ ثم بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$ ، $F(x) \geq \frac{2}{3}x$.

استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

(ملاحظة: نقصد باتجاه التغير لدالة إشارة مشتقتها دون دراسة تغيرات هذه الدالة).

التمرين الرابع: (3.5)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

1. f دالة معرفة كما يأتي: $f(x) = x + 1 + 2[\ln x - \ln(x-1)]$

• f دالة معرفة على $[1; +\infty[\cup]0; 1]$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$

• منحنى f يقبل المستقيم ذو المعادلة $v = x + 1$ كمستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

2. f دالة معرفة على $[0; +\infty[$ كما يأتي: $f(x) = x + \frac{2 \ln x}{x}$

• f قابلة للاشتقاق على $[0; +\infty[$ و إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x$

• على $[0; +\infty[$ إشارة g' هي من نفس إشارة $x^2 - 1$.

• على $[0; +\infty[$ الدالة g تقبل قيمة حدية عظمى تساوي 3.

• الدالة f متناقصة تماماً على $[0; +\infty[$.

الموضوع الثالث:

التمرين الأول: (05ن)

ندرس نسبة الناجحين في شهادة البكالوريا خلال بعض المواسم الدراسية السابقة بإحدى الثانويات:

السنوات	2005	2006	2007	2008	2009	2010
x_i (ترتيب السنوات)	1	2	3	4	5	6
y_i (النسبة %)	20	40	41	28	45	50

(1) مثل سحابة النقاط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد متجانس مبدؤه $(0; 20)$.

وحدة الطول 2cm لكل 5% على محور الترتيب و 1,5cm لكل سنة.

(2) (أ) احسب إحداثيي النقطة المتوسطة $G(\bar{x}; \bar{y})$.

(ب) اكتب معادلة مستقيم الإتحاد بالمربعات الدنيا وليكن (Δ) ، مبيينا أن $\alpha \approx 4,33$.

(ج) من أهداف الثانوية الوصول إلى نسبة نجاح تفوق 50% خلال موسم 2011.

هل يمكن تحقيق هذا الهدف وفق التعديل السابق.

التمرين الثاني: (05ن)

(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما معرفة على \mathbb{N} حيث: $U_1 = 24$ و $U_3 = 96$.

1. اكتب عبارة U_n بدلالة n .

2. احسب بدلالة n المجموع: $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

3. عين قيمة n التي يكون من أجلها المجموع: $S_n = 384$.

4. نضع: $P_n = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. احسب P_n بدلالة n .

التمرين الثالث: (10ن)

(أ) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي: $f(x) = \frac{1}{x} - \ln x$ و ليكن (C) تمثيلها البياني

في معلم متعامد متجانس $(0; 1; J)$.

1. عين نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0; +\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن $1 < \alpha < 2$.

4. ليكن (Δ) مماس المنحني (C) عند النقطة التي فصلتها A .

* عين معادلة للمماس (Δ) و أكتبها على الشكل: $y = ax + b$.

* ادرس اتجاه تغير الدالة مع المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = f(x) - (ax + b)$.

* استنتج وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المماس (Δ) .

5. ارسم كلا من المماس (Δ) و المنحني (C) .

6. بين أن الدالة: $x \rightarrow x \ln(x) - x + k$ ($k \in \mathbb{R}$) هي دالة أصلية للدالة $x \rightarrow \ln(x)$ على $]0; +\infty[$.

7. احسب بدلالة α مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) ، محور الفواصل

و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = \alpha$. ثم بين أن: $A(\alpha) = \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha}$.