

امتحان التفاضل الثاني في مادة الرياضيات

ملاحظة : التظيم والدقة في الاجابة تأخذ بعين الاعتبار

التمرين الأول : (7,5 نقطة)

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير.

1. القيمة المتوسطة للدالة $f: x \mapsto x^2 + 1$ على المجال $[1,3]$ هي :

(أ) $\frac{16}{3}$ (ب) $\frac{32}{3}$ (ج) $\frac{32}{5}$

2. g هي الدالة المعرفة على المجال $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ ب : $g(x) = \frac{-2}{(1-2x)^3}$ ، دالة أصلية G للدالة g

على $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ معرفة ب :

(أ) $G(x) = \frac{-1}{2(1-2x)^2}$ (ب) $G(x) = \frac{-1}{2(1-2x)^2}$ (ج) $G(x) = \frac{1}{(1-2x)^2}$

3. f دالة معرفة على المجال $[0,4]$ وتحقق من أجل كل x من المجال $[0,4]$: $f(x) \leq x^2$

(أ) $\int_0^2 f(x) dx \leq 0$ (ب) $\int_0^2 f(x) dx \leq 1$ (ج) $\int_0^2 f(x) dx \leq \frac{8}{3}$

4. F و G دالتان معرفتان على المجال $]2, +\infty[$ ب : $F(x) = \frac{x+1}{x-2}$ و $G(x) = \frac{3x-3}{x-2}$

(أ) F و G دالتان أصليتان لنفس الدالة. (ب) F و G ليسا دالتان أصليتان لنفس الدالة.

5. f دالة موجبة على مجال I و F دالتها الاصلية على هذا المجال أي أن : $F'(x) = f(x)$

(أ) F متزايدة تماما على I (ب) F متناقصة تماما على I (ج) F ليست رتيبة على I .

التمرين الثاني : (12,5 نقطة)

f دالة معرفة على $]1, +\infty[\cup]-\infty, 1[$ كما يلي : $f(x) = x + \alpha + \frac{\beta}{2(x-1)^2}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

نفرض أن الدالة f تقبل عند النقطة $B(2,3)$ قيمة حدية صغرى.

1. (أ) عبر عن $f'(x)$ بدلالة α و β .

(ب) جد علاقة بين α و β بحيث يشمل المنحني (C_f) النقطة $A(0,1)$ ، ثم عين α و β .

اقلب الصفحة

2. نضع : $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2(x-1)^2}$

3. أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي تعريفها .

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب يطلب تعيين معادلة له.

4. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq 1$ فإن : $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2-x+1)}{(x-1)^3}$

أ) بين أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $\frac{x-2}{x-1}$ ثم أدرس إشارة $f'(x)$.

ج) . استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

5. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين $-0,7$ و $-0,6$.

6. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + \frac{1}{2}$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

7. ادرس وضعية المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

8. ارسم المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

9. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين

معادلتاهما : $x=2$ و $x=3$ (إرشاد : أحسب قيمة التكامل $\int_2^3 (f(x) - (x + \frac{1}{2})) dx$.)

بالتوفيق .