

الفرض الأول للتلاميذ الأول

التمرين:

$$\begin{cases} u_0 = \alpha & ; (\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{8}{5} & ; (n \in \mathbb{N}) \end{cases} : (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة كما يلي}$$

(I) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha = 2$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

(II) في كل مايلي : $\alpha = 5$.

(1) أحسب الحدود u_1, u_2, u_3 .

(2) أ. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 2$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = u_n - 2$.

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدتها الأولى .

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 + 3\left(\frac{1}{5}\right)^n$.

ج- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{23}{4} + 2n - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n$$