

الإختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (07 نقط)

الدالة f معرفة وقابلة للإشتقاق على \mathcal{R} وممثلة بمجدول تغيراتها التالي:

x •	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$ •		0		2
	-1		-2	

أكد صحة أو خطأ العبارات التالية مع التبرير :

- (1) من أجل كل x من \mathcal{R} : $f(x) \geq -3$
- (2) على المجال $]-\infty ; -2[$: $f'(x) \leq 0$
- (3) $f(0) \leq f(1)$
- (4) المعادلة $f(x) = 0$ تفبل حلا وحيدا على المجال $[1 ; +\infty[$

التمرين الثاني: (06 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة ب: $U_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{4}{3}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $U_n \leq 2$.
2. بين أن المتتالية (U_n) متزايدة.
3. أستنتج مع التبرير أن المتتالية (U_n) متقاربة.
4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = U_n - 2$.
 - أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
 - ب) أحسب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

ث) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 التمرين الثالث: (07 نقط)

f دالة معرفة على $]-\infty; 1[$ كما يلي: $f(x) = x + \alpha + \frac{\beta}{2(x-1)^2}$ حيث α و β عددين حقيقيين

وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) حيث $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ و $\|\vec{j}\| = 1\text{cm}$

1) الدالة f تقبل قيمة حدية كبرى عند النقطة O مبدأ المعلم

• عبر عن $f'(x)$ بدلالة α و β .

• جد علاقة بين α و β بحيث (C_f) يشمل النقطة O .

• إعتادا على ما سبق عين α و β .

2) لتكن الدالة العددية المعرفة على $]-\infty; 1[$ ب : $f(x) = x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2(x-1)^2}$

أ. احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، فسر النتيجة بياناً ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب - احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها على المجال $]-\infty; 1[$.

ج - شكل جدول تغيرات f على المجال $]-\infty; 1[$.

د - استنتج إشارة $f(x)$ على $]-\infty; 1[$.

3) أ- بين أن المنحني (C_f) يقبل المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + \frac{1}{2}$ كمتقارب مائل بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4) جد دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty; 1[$.

5) احسب مساحة الحيز المستوي بالمنحني (C_f) و $y = 0$ والمستقيمين اللذين معادلتهم $x = -2$ و $x = -3$

بالتوفيق