

الموضوع الأول

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

التمرين الأول (06نقاط):

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a \equiv 2023$ و $b \equiv 1445$.

1. عين باقي قسمة العددين a و b على 8 .
2. تحقق أن $a \equiv -1[8]$ ثم بين أن $a^{1445} \equiv -1[8]$.
3. ثم بين أن $b + 3 \equiv 0[8]$.
4. بين أن $a^{1445} + (b + 3)^{2024} + 9 \equiv 0[8]$.
5. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $2023^{1445} + 2n - 1445 \equiv 0[8]$.

التمرين الثاني: (06نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$

1. أحسب الحدود u_3, u_2, u_1 .
2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 1$.
(a) بين أن المتتالية (v_n) هندسية حدها الأول $v_0 = 2$ و أساسها $q = 3$.
(b) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .
(c) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $v_n \equiv 1458$ (حيث $3^6 \equiv 729$).
(d) أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
(e) أحسب المجموع S'_n بدلالة n حيث $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث (08نقاط):

لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2$. (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب النهايتين التاليتين: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = 3x(x - 2)$.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي المحورين، ثم استنتج حل المعادلة $f(x) = 0$ بيانيا.
5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل $A(1, -2)$ كنقطة انعطاف.
6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.
7. أنشئ المنحنى (C_f) و المماس (T) .

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 5.
2. بين أن: $1445 = 4(361) + 1$ ، ثم استنتج باقي قسمة العدد 3^{1445} على 5.
3. عين باقي قسمة العدد 3^{2024} على 5.
4. بين أن العدد $2024 + 2 \times 3^{2024} - 3^{1445}$ يقبل القسمة على 5.
5. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $1444 - 3^{4n} + n \equiv 0[5]$.

- نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $u_1 + u_3 = -8$ و $u_0 - u_2 = 6$.
1. أحسب الحد u_2 ثم الحد الأول u_0 و الأساس r .
 2. أكتب عبارة الحد العام للمتتالية u_n .
 3. أحسب العدد الطبيعي n حيث $u_n = -2023$ ، ماهي رتبته؟
 4. (a) أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{675}$.
 - (b) بين أن المجموع $T_n = -\frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n$ حيث: $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$.
 - (c) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n = -530$.

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{-x+3}{x-1}$. (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب النهايتين التاليتين: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانياً.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$.
4. بين أن منحنى الدالة f يشمل النقطتين $A(0, -3)$ و $B(3, 0)$.
5. أنشئ المنحنى (C_f) و المماس (T) .
6. حل في \mathbb{R} المتراجحة $\frac{-x+3}{x-1} \leq 0$ بيانياً.