

على المترشح أن يختار موضوع من الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

**التمرين الأول : (5 نقاط)**

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ .

لتكن  $A ; B$  نقطتين لاحقتهما  $z_A = i$  ,  $z_B = 1 + 2i$  على الترتيب .

1 - برر وجود تشابه مباشر  $S$  وحيد حيث :  $S(O) = A ; S(A) = B$  .

2 - بين أن العبارة المركبة للتشابه  $S$  هي  $z' = (1 - i)z + i$  و عين عناصره المميزة . ( $\Omega$  مركز هذا التشابه)

3 - نعتبر متتالية النقط  $(A_n)$  حيث  $A_0$  مبدأ المعلم  $O$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $A_{n+1} = S(A_n)$  و لتكن  $z_n$  لاحقة النقطة  $A_n$  .

أ - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن  $z_n = 1 - (1 - i)^n$  .

ب - حدد بدلالة العدد الطبيعي  $n$  لاحقتي الشعاعين  $\vec{\Omega A_n}$  و  $\vec{A_n A_{n+1}}$  ثم قارن بين طوليتهما .

- أحسب قياس الزاوية الموجهة  $(\vec{\Omega A_n} ; \vec{A_n A_{n+1}})$  .

ج- أستنتج كيفية إنشاء النقطة  $A_{n+1}$  بمعرفة النقطة  $A_n$  . أنشئ النقطتين  $A_3$  و  $A_4$  .

4 - ما هي نقط المتتالية  $(A_n)$  التي تنتمي الى المستقيم  $(\Omega B)$  ؟

**التمرين الثاني : (5 نقاط)**

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$  ،

( $P$ ) المستوي المار بالنقطة  $B(1; 3; 0)$  و  $\vec{n}(1; 2; 0)$  ، شعاع ناظمي له

$$(Q) \text{ المستوي المعروف بتمثيله الوسيطى : } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \alpha + \frac{5}{2} t \\ y = \alpha + 1 \\ z = t \end{cases} : \alpha \in \mathbb{R} ; t \in \mathbb{R}$$

1 - اكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين ( $P$ ) و ( $Q$ ) .

2 - بين أن المستويين ( $P$ ) و ( $Q$ ) متعامدان .

3 - ليكن ( $\Delta$ ) المستقيم المار بالنقطة  $C(1; 3; 0)$  و  $\vec{u}(2; -1; 1)$  شعاع توجيه له .

أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم ( $\Delta$ ) .

ب/ برهن أن تقاطع المستويين ( $P$ ) و ( $Q$ ) هو المستقيم ( $\Delta$ ) .

4 - لتكن النقطة  $A(5; 2; -1)$  من الفضاء .

أ/ احسب المسافة بين النقطة  $A$  وكلا من المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  .

ب/ استنتج المسافة بين النقطة  $A$  و المستقيم  $(\Delta)$  .

### التمرين الثالث : (7 نقاط)

(1) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  كمايلي  $g(x) = x^2 - 2 \ln x$

(أ) ادرس اتجاه تغيرات  $g$  .

(ب) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$

(2) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بالعلاقة  $f(x) = \frac{x^2 + 2 + 2 \ln x}{2x}$

(  $C$  ) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O, I, J)$  . وحدة الطول  $2cm$

(أ) احسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $0$  و عند  $+\infty$

(ب) بين ان للمنحنى البياني (  $C$  ) مستقيم مقارب مائل (  $\Delta$  ) معادلته  $y = \frac{1}{2}x$

(ج) ادرس وضعية المنحنى (  $C$  ) و المستقيم المقارب (  $\Delta$  )

(أ) ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها - (3)

(ب) اثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]0, +\infty[$  . تحقق ان  $\alpha$  يحقق

$$0.34 < \alpha < 0.35$$

(ج) استنتج إشارة  $f(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$

(4) - (أ) اثبت أن للمنحنى (  $C$  ) مماسا يمر من المبدء  $O(0,0)$  . يطلب تعيين معادلته

(ب) بين أن للمنحنى البياني (  $C$  ) مماس (  $D$  ) يوازي المستقيم المقارب (  $\Delta$  ) . عين معادلته

(ج) أنشئ (  $\Delta$  ) و (  $D$  ) و (  $C$  )

(د) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و اشارة حلول المعادلة  $mx - 1 - \ln x = 0$

### التمرين الرابع : (3 نقاط)

1- أدرس حسب قيم  $n$  بواقي قسمة  $3^n$  على 5.

2-  $u_0$  و  $r$  عددان طبيعيين غير معدومان .  $(u_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0$  و أساسها  $r$  .

عين  $u_0$  و  $r$  علما أن  $u_0$  و  $r$  أوليان فيما بينهما و  $u_0^2 = u_{10} - u_1$  .

3- نضع  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$  و  $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

(أ) أحسب  $S_n$  و  $P_n$  بدلالة  $n$  .

(ب) عين العدد  $q$  بحيث  $2P_q = (2014)!$  ثم تحقق أن :  $3^q \equiv 2[5]$  .

(ج) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث  $2S_n + 3 \equiv 3^q[5]$  (علما أن  $n$  عاملي تعني  $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$ )

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (5 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  حيث وحدة الطول  $1cm$ .

1 - لتكن النقطتان  $C; D$  لاحقتاهما  $c = 3; d = 1 - 3i$  على الترتيب  $S_1$  التشابه الذي يرفق بكل نقطة  $M$  من المستوي النقطة  $M'$  نظيرتها بالنسبة إلى محور الفواصل .

أ - علم النقط  $C; D$  ثم  $C_1; D_1$  صورتاهما على الترتيب بالتشابه  $S_1$  .  
ب - أكتب العبارة المركبة لتحويل  $S_1$  .

2 - ليكن  $S_2$  التشابه المباشر المعرف كما يلي  $S_2(D_1) = D'; S_2(C_1) = C'$  حيث لاحقتي  $C'$  و  $D'$  هما  $c' = 1 + 4i; d' = -2 + 2i$  على الترتيب .

- بين أن عبارة  $S_2$  هي  $z' = iz + 1 + i$  ثم استنتج عناصره المميزة .

3 -  $S$  التشابه المعرف بـ  $S = S_2 \circ S_1$  أعط العبارة المركبة لـ  $S$  .

4 - (أ) ما هي صورة كل من النقطتين  $C; D$  بالتشابه  $S$  .

(ب) لتكن  $H$  النقطة ذات اللاحقة  $h$  حيث  $h - c = e^{\frac{\pi}{3}i}(d - c)$

بين أن المثلث  $CDH$  متقايس الأضلاع .

ج-  $H'$  صورة  $H$  بالتشابه  $S$  عين طبيعة المثلث  $C'D'H'$  ثم أنشئ  $H'$  (دون حساب  $h'$ ) .

### التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  النقط

$A(1; 0; 2); B(1; 1; 4); C(-1; 1; 1)$  .

1 - (أ) أثبت أن النقط  $A; B; C$  ليست في إستقامة .

(ب) أثبت أن الشعاع  $\vec{n}(3; 4; -2)$  عمودي على الشعاعين  $\vec{AB}, \vec{AC}$  .

(ج) أستنتج معادلة ديكراتية للمستوي  $(ABC)$  .

2- ليكن  $(P_1), (P_2)$  المستويين المعرفين بالمعادلتين  $2x + y + 2z + 1 = 0$  و  $x - 2y + 6z = 0$

(أ) بين أن المستويين  $(P_1), (P_2)$  متقاطعان في مستقيم  $(D)$  يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

(ب) هل المستقيم  $(D)$  و المستوي  $(ABC)$  متقاطعان أو متوازيان .

3 - ليكن  $t$  عدد حقيقي موجب كفي . نعتبر  $G_t$  مرجح النقط  $A; B; C$  المرفقة بالمعاملات  $1; 2; t$  على الترتيب

(أ) برر وجود النقطة  $G_t$  من أجل كل عدد حقيقي موجب  $t$  .

(ب)  $I$  مرجح النقطتين  $A; B$  المرفقين بالمعاملين  $1; 2$  على الترتيب . حدد إحداثيات  $I$  .

(ج) عبر عن الشعاع  $\vec{IG}_t$  بدلالة الشعاع  $\vec{IC}$  .

4- (أ) بين أن مجموعة النقط  $G_t$  لما يسمح  $t$  المجال  $[0; +\infty[$  هي القطعة المستقيمة  $[IC]$  .

(ب) ما هي قيمة  $t$  التي يكون من أجلها  $G_t$  هو منتصف القطعة المستقيمة  $[IC]$  .

### التمرين الثالث : (6,5 نقاط)

I- نعتبر الدالة  $g(x)$  المعرفة على  $R$  بالعلاقة  $g(x) = (x + 3)e^x - 1$

(1) احسب نهايتي الدالة  $g$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$

(2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها

(3) بين أن للمعادلة  $g(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $[-0,80; -0,79]$ . ثم استنتج اشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

II- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة  $f(x) = -x + (x + 2)e^x$

نسمي  $(C)$  المنحنى البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O, I, J)$ . (الوحدة 2cm)

(1) احسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$

(2) استنتج أن للمنحنى  $(C)$  مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  معادلته  $y = -x$  بجوار  $-\infty$

(3) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C)$  و المستقيم  $(\Delta)$

(4) ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها

(5) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0

(6) بين أن للمنحنى  $(C)$  مماسا  $(D)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته

(7) أنشئ  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C)$  . ( نأخذ  $\alpha = -0.8$  و  $f(\alpha) = 1.35$  )

III- (1) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد نقاط تقاطع  $(C)$  و المستقيم  $(\Delta_m)$  ذو المعادلة  $y + x + m = 0$

(2) بين ان الدالة  $f$  تقبل دالة اصلية  $F$  على  $\mathbb{R}$  ثم عين اتجاه تغيرات الدالة  $F$ . (لا يطلب حساب  $F$ )

(3) بين ان من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = g(x) + 1 - x - e^x$ . ثم استنتج دالة اصلية  $F$  لدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$

### التمرين الرابع : (3,5 نقاط)

1- (أ) عين مجموعة الثنائيات  $(x; y)$  من  $\mathbb{Z}^2$  حلول المعادلة:  $(E): 8x - 5y = 3$

(ب) ليكن  $m$  عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية  $(p; q)$  من الأعداد الصحيحة تحقق:

$m = 5q + 4$  و  $m = 8p + 1$  ، بين أن الثنائية  $(p; q)$  هي حل للمعادلة  $(E)$  ثم استنتج أن:  $m \equiv 9[40]$

(ج) عين أصغر عدد طبيعي  $m$  أكبر من 2000 .

2/ ليكن  $k$  عددا طبيعيا .

(أ) أثبت أنه من أجل عدد طبيعي  $k$  لدينا:  $2^{3k} \equiv 1[7]$  .

(ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد  $1997^{2014^{1435}}$  على 7 ؟

3/ ليكن  $a$  و  $b$  عددان طبيعيان أقل من أو يساوي 9 مع  $a \neq 0$  ، ونعتبر العدد  $N$  حيث:

$N = a \times 10^3 + b$  . علما أنه في النظام العشري العدد  $N$  يكتب  $N = \overline{a00b}$  .

نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية  $N$  تلك التي تقبل القسمة على 7 .

(أ) تحقق من أن:  $10^3 \equiv -1[7]$  .

(ب) استنتج كل الأعداد الطبيعية  $N$  التي تقبل القسمة على 7 محدد علاقة التي يحققها  $a$  ،  $b$  .