

التمرين الأول:

➤ ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث: $P(z) = z^3 + z^2 - 4z + 6$

1. بين أنه من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$.

2. تحقق أن $1 + i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له.

3. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة $P(z) = 0$.

➤ نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ النقط $A; B; C$ التي لاحقاتها:

$z_A = -1$ ، $z_B = 1 + i$ و $z_C = \bar{z}_B$ على الترتيب.

1. التحويل النقطي S ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = (1 + i)z + 1$

A ما طبيعة التحويل S ؟ عين عناصره المميزة.

B لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2. n عدد طبيعي و n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_A .

نضع: $M_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1} = S(M_n)$.

A أثبت أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n = (1 + i)^n - 1$.

B عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في إستقامية.

التمرين الثاني:

(u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول u_0 و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$.

1. عين قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2. نفرض في كل ما يأتي أن: $u_0 = 2$.

A برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 1$.

B ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

C هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر إجابتك.

3. لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$.

A بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

B احسب بدلالة n ، كلا من S_n و π_n حيث:

$$\pi_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n \quad \text{و} \quad S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

أستاذتكم بن عابد ف تمني لكم النجاح في بكالوريا 2017