

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانويات المقاطعة التفتيسية غرداية 02

دورة: ماي 2023

مديرية التربية لولاية غرداية

امتحان بكالوريا التجاري

الشعبة: رياضيات

المدة: 04 س و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $(z-4)(z^2 + 4z + 16) = 0$

(2) المستوى المركب مزود بمعلم متعدد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A, B و C ثلث نقط لواحقها على الترتيب

$$z_C = \overline{z_B} \quad z_B = -2 + 2i\sqrt{3}, z_A = 4$$

- أكتب الأعداد المركبة z_A, z_B و z_C على الشكل الأسني ثم بين أن النقط A, B و C تنتهي إلى نفس الدائرة يطلب تعين عناصرها المميزة.

(3) نعتبر العدد المركب L حيث: $L = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$

- أ- أكتب العدد L على الشكل الأسني ثم فسر النتائج المحصل عليها هندسيا.
 - ب- استنتج طبيعة المثلث ABC .
 - ج- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب L^n حقيقي سالب.
 - د- ما طبيعة التحويل r الذي مركزه A ويحول B إلى C . أوجد عبارته المركبة.
 - هـ- عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالتحويل r .
 - و- ما طبيعة الرباعي $ABCE$? علل إجابتك.
- (4) (γ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z حيث $|iz + 2i - 2\sqrt{3}| = |z - 4|$
- أ- بين أن كلا من النقطتين E و B تنتهيان إلى (γ).
 - ب- عين طبيعة المجموعة (γ).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر ثنائية $(x_0; q)$ حيث x_0 و q عددين طبيعيين غير معديمين و $\gcd(x_0, q) = 1$ متالية هندسية

أساسها q وحدتها الأولى x_0 ، وتحقق من أجل كل عدد طبيعي $n: n : x_{n+1} + 2x_{n+3} - 44x_0^2q^n = 0$

(1) أ- بين أن: $q + 2q^3 = 44x_0$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: \gcd(1 + 2q^2, 4) = 1$ ثم حدد قيمة كل من x_0 و q

(2) نأخذ فيما يلي $(x_0; q) = (3; 4)$ ونضع من أجل عدد طبيعي غير معديوم $n: n : x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_n$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: S_n \equiv 0 [3]$

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: S_{n+1} = 4S_n + 3$ ، ثم حدد قيمة العدد:

ج- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n \equiv 0 [5]$

(3) أ- حدد باقي قسمة العدد S_{27} على 17.

ب- استنتاج ثلاثة قواسم أولية للعدد S_{27}

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: رياضيات /البكالوريا التجاري 2023

التمرين الثالث: (4 نقاط)

يحتوي وعاء U على 5 كريات حمراء و3 كريات صفراء وكريتين خضراوين. الكريات متماثلة لانفرق بينها باللمس، نسحب عشوائيا في آن واحد ثلاثة كريات من الوعاء U .
 و A و B و C ثلاثة أحداث حيث:

- A : " الحصول على ثلاثة كريات حمراء "
- B : " الحصول على ثلاثة كريات من نفس اللون "
- C : " الحصول على ثلاثة كريات مختلفة اللون مثلثي مثلثي "

(1) أحسب $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$ احتمال الأحداث A و B و C على الترتيب.

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد ألوان الكريات المسحوبة.

• عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمثلة الرياضيات.

(3) نظيف $(n-5)$ كرية حمراء إلى الوعاء U حيث $n \geq 5$ ، ثم نسحب عشوائيا كريتين على التوالي دون إرجاع.

و E و D حدثين حيث:

• D : " الحصول على كريتين حمراوين "

• E : " الحصول على كريتين من نفس اللون "

أ- برهن أن: $P(D) = \frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$.

ب- أحسب بدلالة n العدد $P(E)$ احتمال الحدث E .

ج- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P(E) \geq \frac{1}{2}$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ $f_m(x) = e^{-2x} - (1+m)e^{-x} + m$ حيث m وسيط حقيقي

(C_m) التمثيل البياني للدالة f_m في معلم متواحد ومتجانس $(O; \bar{i}, \bar{j})$. حيث $\|\bar{i}\| = 2\text{ cm}$.

I. في هذا الجزء نضع: $m=1$

(1) أدرس تغيرات الدالة f_1

(2) أ- برهن أن المنحني (C_1) يقبل A_0 نقطة انعطاف يطلب تعين إحداثياتها.

ب- أكتب معادلة L (المماس للمنحني (C_1) عند النقطة A_0) ثم أنشئه.

ج- أنشئ المنحني (C_1)

II.

(1) أ- بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشتراك في نقطة ثابتة يطلب تعين إحداثياتها.

ب- نقش حسب قيم العدد الحقيقي m وجود نقط تقاطع المنحني (C_m) مع حامل محور الفواصل.

(2) أدرس تغيرات الدالة f_m ، ثم عين المستقيمات المقاربة للمنحني (C_m).

(3) أ- m_1 و m_2 عددين حقيقيين حيث: $m_1 < m_2$ أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_{m_1}) و (C_{m_2})

ب- أنشئ (دون دراسة التغيرات) المنحنيين (C_{-2}) و (C_3) في نفس المعلم السابق.

(4) تعتبر y_m القيمة الحدية المحلية للدالة f_m التي تأخذها عند x_m أكتب كل من x_m و y_m بدلالة m .

استنتج معادلة مستقلة عن m للمنحني (P) مجموعة النقط ($M(x_m; y_m)$ لما m يمسح $[-1; +\infty]$).

انتهى الموضوع الأول

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: رياضيات /البكالوريا التجاري 2023

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة التالية: $(E) \dots \dots 7x - 5y = 11$ حيث x و y عداد صحيحان

(1) أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حل للمعادلة (E) فإن $[5] \equiv 3$

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

ج) عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) بحيث يكون $11 = PGCD(x; y)$

(2) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بوافي القسمة الأقلية لكل من 5^n و 7^n على 11

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $7^{2023} + 5^n$ قابلاً للقسمة على 11

(3) a و b عداد طبيعيان غير معدومين كلاهما أصغر تماماً من 7 ، N عدد طبيعي يكتب $\overline{a01b}$ في النظام العشري

أ) تحقق أن $[11] \equiv -1$

ب) عين قيمة العدد N إذا علمت أن باقي قسمته على 11 هو 4

ج) أكتب العدد N في نظام التعداد ذي الأساس 11

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس U على 5 كريات بيضاء و 3 كرات حمراء و كرتان خضراء و كرتان أحمراء، الكريات متماثلة ولا يفرق بينها عند اللمس ، نسحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاثة كريات من هذا الكيس

(1) أحسب إحتمال الحاديتين التاليتين :

A : " الكريات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون "

B : " من بين الكريات الثلاثة المسحوبة توجد كرة واحدة فقط حمراء "

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الألوان الظاهرة

أ) عين قانون احتمال المتغير X

ب) احسب الأمل الرياضي والتباين للمتغير العشوائي X

(3) في تجربة مستقلة نعتبر الكيس U وكيس آخر V به كرتين بيضاوين و كرتين حمراوين و كرتان خضراء

نرمي حجر نرد غير مزيف مرقم من 1 إلى 6، إذا ظهر الرقم 6 نسحب كرة من الكيس U

وإلا نسحب كرة من الكيس V

أ) بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو $\frac{5}{12}$

ب) علماً أن الكرة المسحوبة بيضاء فما احتمال أن تكون من الكيس V

التمرين الثالث: (04 نقاط)

a عدد حقيقي موجب تماماً

$f(x) = \sqrt{1+ax^2}$ الدالة المعرفة والقابلة للاشتغال على المجال $[0; +\infty]$ بـ:

- بين أن الدالة f متزايدة تماماً على المجال $[0; +\infty]$

(u_n) متالية عديمة معرفة بحدتها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: رياضيات /البكالوريا التجربى 2023

(1) نفرض أن $0 < a < 1$

(أ) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$

(ب) بين أن (u_n) متزايدة تماما على \mathbb{N} , واستنتج أنها مقربة ثم احسب نهايتها

(2) نضع $1 > a$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_{n+1}^2 - u_n^2$

(أ) أثبت أن (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدتها الاول.

(ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n$

(ج) من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (w_n) كالتالي:

$$w_n = 1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}, \quad n > 1$$

- أكتب عبارة الحد العام w_n بدالة n و a

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \sqrt{w_n}$ ثم احسب

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كما يلي :

$$g(x) = x + 2 - \ln x$$

 (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

(2) أحسب (1) g ثم استنتاج إشارة $(g(x))$ على المجال $[0; +\infty]$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* بالعبارة التالية :

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(-x + e^{-\frac{\ln(x^2)}{x}} \right)$$

(أ) تمثيلها البياني المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (C_f)

(1) (أ) من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty)$ أحسب $f(-x) + f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم استنتاج

$$(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معروف،$$

$$f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$$

(ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) (أ) أثبت أنه يوجد مماسان (T) و (T') للمنحنى (C_f) يوازيان (Δ) يطلب تحديد معادلة كل منهما.

(ب) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهم α و β حيث

$$-0,5 < \beta < -0,4 \quad \text{و} \quad 2,1 < \alpha < 2$$

(ج) أرسم كلاً من (Δ) , (T) , (T') والمنحنى (C_f) .

(5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $(e-2m) = \ln(x^2) - x(e-2m)$ حل واحدا

(6) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين

الذين معادلتهما: $x = \alpha$ و $x = 1$

انتهى الموضوع الثاني

$x = \alpha$ و $x = 1$