

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ- عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب $L = 2 + 2i\sqrt{3}$.

ب- حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $(z^2 - 2 - 2i\sqrt{3})(z^2 + 1) = 0$.

2) نعتبر النقط A, B, C, D من المستوي لواحقتها على الترتيب: $z_A = \sqrt{3} + i, z_B = \sqrt{3} - i, z_C = i, z_D = 1$.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسّي ثم أستنتج طبيعة المثلث OAB .

ب- هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ تخيليا صرفا موجبا؟

3) أ- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى النقطة C محددًا عناصره المميزة.

ب- عين وأنشئ القطعة $[B'C']$ صورة القطعة المستقيمة $[BC]$ بالتشابه S مستنتجا مساحة المثلث $AB'C'$.

4) أ- عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون: $\frac{z - z_C}{z - z_B}$ عددا حقيقيا سالبا تماما.

ب- عين (Δ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون: $z = -3 - 2i - ke^{\frac{i\pi}{4}}$ مع $k \in \mathbb{R}$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

1) نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة $(E) : 5x - 7y = 3$.

أ- حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E) .

ب- بين أنه من أجل كل عدد صحيح k : $PGCD(9 + 7k; 6 + 5k) = PGCD(k; 3)$. ثم أستنتج حسب k قيم

القاسم المشترك الأكبر للعددين $(7k+9)$ و $(5k+6)$.

(2) عدد طبيعي مكتوب في نظام التعداد ذي الأساس 6 كما يلي: $n = \overline{1\alpha 5\beta 4}_6$.

عين كل الثنائيات $(\alpha; \beta)$ من الأعداد الطبيعية حيث: أ) n يكون قابلا للقسمة على 35 .

ب) n يكون قابلا للقسمة على 70 .

ج) أكتب n في النظام العشري .

التمرين 03 (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;3;4)$ ، $B(-1;4;4)$ و $C(3;1;2)$.

1) أ- بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا .

ب- جد العدد الحقيقي α حتى يكون الشعاع $\vec{n}(1; \alpha; -1)$ ناظما للمستوي (ABC) ثم معادلة ديكارتية له.

$$(2) \quad (P) \text{ مستو تمثيله الوسيطى: } \begin{cases} x = 1 + 2m + t \\ y = 1 + m \\ z = 5 + m + t \end{cases} \text{ حيث: } m \in \mathbb{R} \text{ و } t \in \mathbb{R} .$$

أ- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ثم بين أن (P) و (ABC) متعامدان .

ب- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

3) لتكن النقطة $D(3;1;1)$ نقطة من الفضاء .

أ- عين d_1 المسافة بين النقطة D والمستوي (P) و d_2 المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) .

ب- أستنتج d_3 المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

$$(4) \quad \text{نعتبر الدائرة } (C) \text{ المعرفة كما يلي: } \begin{cases} z = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0 \end{cases}$$

أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي تحوي الدائرة (C) ومركزها Ω ينتمي إلى المستوي (P) .

التمرين الرابع (06 نقاط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2x\sqrt{x} - 3\ln x + 6$

1 أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة g ثم أستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II - لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 3\frac{\ln x}{\sqrt{x}} + x - 1$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب

إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1 أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب- بيّن أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ وأن: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f .

ج- شكل جدول تغيرات f .

2 أ- بيّن أن المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلة له.

ب- جد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 ثم حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (T) .

3 أحسب $f(5)$ و $f(9)$ ثم أرسم (D) ، (T) و (C) .

4 بيّن أن الدالة $x \mapsto 2\sqrt{x}(\ln x - 2)$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ على المجال $]0; +\infty[$.

* أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) وبالمستقيمات: $y = x - 1$ ، $x = 1$ و $x = \lambda$ حيث

$(0 < \lambda < 1)$. ثم أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A(\lambda)$

الطموح كنز لا يفنى : لا يسعى للنجاح من لا يملك طموحا ولذلك كان الطموح هو الكنز الذي لا يفنى

.....فكن طموحا وانظر إلى المعالي

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط)

(1) x ، y عدنان طبيعيان غير معدومين، برهن أنه إذا كان x ، y أوليين فيما بينهما فإن x و y^2 أوليان فيما بينهما أيضا.

(2) عين كل الثنائيات $(x; y)$ من IN^{*2} و بحيث يكون: $125x^2 + 93x = 14y^2$.

(3) يملك فلاح قطعة أرض تتكون من مربع $ABCD$ طول ضلعه α مترا ومثلث BHC قائم في B وغير متساوي الساقين

حيث: $BH = 2m$. استبدل هذا الفلاح قطعه الأرضية بقطعة أخرى مربعة الشكل طول ضلعها β مترا وثمان المتر

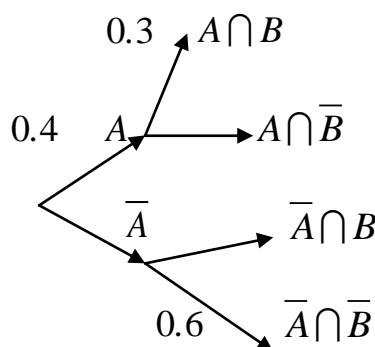
الواحد منها هو $1568DA$.

- جد α ، β إذا علمت أن ثمن المتر المربع الواحد من المربع $ABCD$ هو $3500DA$ وثمان المتر المربع الواحد من

المثلث هو 2604 .

التمرين الثاني (04.5 نقاط)

إليك التجربة العشوائية الممثلة بشجرة الاحتمالات كما يلي:



أجب بـ صحيح أو خطأ على كل من المقترحات التالية مع التبرير

(1) $p(\bar{A}) = 0.6$ (2) احتمال الحادثة \bar{B} حيث A يساوي 0.7 أي: $p_A(\bar{B}) = 0.7$ (3) $p(B) = 0.7$

mokhtar tahi

$$p_{\bar{A}}(\bar{A} \cap B) = 0.5 \quad (5) \quad p(A \cup B) = 0.64 \quad (4)$$

II - الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(-1; 0; 1)$ ، $B(1; 1; 0)$ و $C(0; -1; -4)$

$$\text{و } (\Delta) \text{ مستقيم معرف بتمثيله الوسيطى: } (t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t + 3 \\ z = -t + 1 \end{cases} \text{ و } (P) \text{ المستوي المعرف بتمثيله الوسيطى:}$$

mokhtar tahi

$$\begin{cases} x = \alpha + \beta + 3 \\ y = -\alpha + 2 \\ z = \alpha + 2\beta \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R}$$

أ- النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (Δ) .

ب- للمستوي (P) معادلة ديكارتية من الشكل: $2x + y + z - 8 = 0$.

ج- المستقيم (Δ) يعامد المستوي (P) .

د- النقطة B تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة $[AC]$.

التمرين الثالث (04.5 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. نعتبر النقط A ، B و C من المستوي لواحقتها على

$$\text{الترتيب: } z_A = 16, z_B = 4 + 4i\sqrt{3}, \text{ و } z_C = -2 + 2i\sqrt{3}$$

(1) أ- أكتب العددين المركبان z_B و z_C على الشكل الأسّي ثم علم النقط A ، B و C .

ب- بين أن المثلثين OAB و OBC قائمان.

(2) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{3}} z$.

أ- حدد طبيعة التحويل S مبينا عناصره المميزة.

ب- A_0 النقطة التي لاحقتها $z_0 = 16$ وليكن $A_{n+1} = S(A_n)$ حيث n عدد طبيعي.

• علم النقط في المعلم السابق $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ (لاحظ أن A_2, A_1, A_0 هي النقط A, B و C).

• برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n = \frac{1}{2^{n-4}} e^{i\frac{\pi n}{3}}$ حيث z_n لاحقة النقطة A_n .

- بيّن أن المتتالية (u_n) حيث: $u_n = \|\overrightarrow{OA_n}\|$ هي متتالية هندسية متقاربة يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- أحسب بدلالة n المجموع: $s_n = \|\overrightarrow{OA_0}\| + \|\overrightarrow{OA_1}\| + \dots + \|\overrightarrow{OA_n}\|$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n$.
- ابتداء من أي رتبة تصبح المسافة $\frac{1}{\|\overrightarrow{OA_n}\|}$ أكبر من 2015 ؟
- بيّن أن النقط O ، A_n و A_m في استقامة إذا فقط إذا كان $(m-n)$ مضاعف للعدد 3 .
- بيّن أن المثلث OA_nA_{n+1} قائم في النقطة A_{n+1} .

التمرين الرابع (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x + \ln 4 + \frac{2}{e^x + 1}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم

متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

mokhtar tahi

(1) أدرس تغيرات الدالة f .

(2) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x)$ ، ثم أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة .

(3) أ- بيّن أن المعادلة $f(x) = 3$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1.1 < \alpha < 1.2$.

ب- من أجل أي قيمة للعدد الحقيقي m يكون العدد $(-\alpha)$ حلاً للمعادلة $f(x) = m$ ؟

(4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = x + 2 + \ln 4 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$.

ب- بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = x + \ln 4$ والمستقيم (Δ') ذو المعادلة: $y = x + 2 + \ln 4$ مستقيمان

مقاربان للمنحنى (C) ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى كل منهما.

(5) أرسم (Δ) ، (Δ') و (C) .

(6) ليكن λ عدداً حقيقياً موجباً تماماً ، $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و

المستقيمين: $x = \lambda$ ، $x = 0$.

أ- اعتماداً على السؤال (4 - أ) بيّن أن: $A(\lambda) = 2 \ln \left(\frac{2e^\lambda}{e^\lambda + 1} \right)$.

أستاذ المادة: مختار تاحي

ب- عين قيمة العدد λ بحيث يكون: $A(\lambda) = 1$.