

التمرين الأول ☺ : (07 نقاط)

1 نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية : $(I) : 6x - 5y = 7$

أ/ عين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (I) بحيث $x_0 = y_0$ ثم حل المعادلة (I)

ب/ عين جميع الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (I) حيث : $|y - x| \leq 1$

2 استنتج قيم العدد الصحيح a و التي تحقق : $\begin{cases} a \equiv 3[5] \\ a \equiv -4[6] \end{cases}$, ثم عين باقي قسمة العدد a على 30 .

3 أ/ أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 .

ب/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $x^n \equiv 2^n [5]$

ج/ عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $x + x^2 + \dots + x^n \equiv 2 [5]$

4 نعتبر العدد الطبيعي A المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس α كما يلي $\overline{1438}$

أ/ جد أصغر قيمة للعدد α بحيث يكون : $1962^{2019} + 2018^{1954} - 2^{2969} + A \equiv 0 [5]$

ب/ من أجل $\alpha = 10$ أكتب العدد A في نظام التعداد ذي الأساس 7

التمرين الثاني ☺ : (07 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1 نعتبر $P(Z)$ كثير الحدود للمتغير المركب Z حيث : $P(Z) = Z^3 - 3Z^2 + Z + 5$

(a) أحسب $P(-1)$

(b) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $P(Z) = (Z+1)(Z^2 + aZ + b)$

(c) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $P(Z) = 0$

2 A, B, C ثلاث نقط من المستوي لواحقتها : $Z_A = 2+i, Z_B = -1, Z_C = 2\overline{Z_A} + Z_B$ على الترتيب .

(a) أكتب العدد $Z_B + i$ على الشكل المثالي ثم استنتج قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(Z_B + i)^n$ حقيقي موجب .

(b) أكتب العدد $\left(\frac{Z_A + Z_B}{\sqrt{2}}\right)^{2019}$ على الشكل الجبري .

(c) أكتب على الشكل الأسّي العدد $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

(d) عين لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC و نصف قطرها r .

(e) تعتبر النقطة D ذات اللاحقة $-3i$. عين طبيعة الرباعي $ABDC$

(f) (X) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث : $|Z - 2 - i| = |Z + 1|$

(Y) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث : $\arg\left(\frac{Z - 3 + 2i}{Z}\right) = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

عين طبيعة كل من مجموعة النقط (X) و (Y) مع تعيين العناصر المميزة لكل منها .

التمرين الثالث ☺ : (06 نقاط)

كيس يحتوي على 12 كرية لا تفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

أربع كريات حمراء مرقمة بـ : 1 , 1 , 2 , 2 - و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 1 , 3 , 2 و ثلاث كريات صفراء مرقمة بـ : 1 , 3 , 2 - و كرتين زرقاء مرقمة بـ : 2 و 1 - .

نسحب عشوائيا من الكيس 4 كريات في آن واحد .

① أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على أربع كريات تحمل ألوان العلم الأمازيغي "

B : " الحصول على كرية زرقاء على الأكثر "

C : " الحصول على أربع كريات تحمل نفس الرقم "

② ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

(a) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عين قانون احتماله .

(b) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

(c) أحسب احتمال الحادثة $P(X \geq 1)$

مبرهنة : بما أن الحياة مركبة ومعقدة إذن فهي تحتوي على جزء حقيقي وجزء تخيلي