

متقن حاسي القارة .

مارس 2019.

المستوى: 3 تقني ر.

المدة : 3 ساعات.

### اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقاط):

أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة  $3^n$  على 10.

ب- ماهو باقي قسمة العدد  $A_n$  على 10 حيث:  $A_n = 3^{16n+6} - 2 \times 109^{2n+3} - 13$

2)- أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $(3n + 4) \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n + 4) \pmod{10}$

ب- عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد الطبيعي  $(3n + 4) \times 9^n + 7^{2n+1}$  مضاعف للعدد 10.

3)  $A$  عدد طبيعي يكتب  $\overline{xx0xx01}$  في نظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب  $\overline{y611}$  في نظام التعداد ذي الأساس 7. أوجد  $x$  و  $y$  ثم أكتب  $A$  في النظام العشري .

4) يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة ببواقي قسمة  $3^n$  على 10 نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد.

أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 1441.

ب-  $X$  متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

عرف قانون احتمال  $X$  ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني (05 نقاط):

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]-1; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$  و (C) تمثيلها البياني المعطى.

1) أ) أدرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .

ب) استنتج أنه اذا كان  $x \in [1; 2]$  فان  $f(x) \in [1; 2]$

2)  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول  $u_0 = 2$ .

ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود

$u_0$  و  $u_1$  و  $u_2$  مبرزا خطوط التمثيل. ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات  $(u_n)$  وتقاربها.

(3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي :  $1 < u_n \leq 2$ .

ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما.

ج) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة وحدد نهايتها.

(4) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$ .

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_n - 1 \leq \frac{1}{3^n}$ .

ج) نضع :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  فان :  $n < S_n \leq n + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$ .

ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  كثير الحدود  $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 128$

2) أ) بين أن  $P(z)$  يكتب على الشكل  $P(z) = (z-8)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$  حيث

$\alpha, \beta, \gamma$  أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

ب) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $p(z) = 0$ .

3) نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ; النقط  $C; B; A$

لواحقها على الترتيب :  $z_C = 8$  ,  $z_B = 2 + 2\sqrt{3}i$  ,  $z_A = 2 - 2\sqrt{3}i$

أ) أحسب الطويلة وعمدة للعدد المركب  $z_A$ . ثم علم النقط  $C, B, A$ .

ب) أحسب  $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$  ثم عين الطويلة وعمدة لـ  $Z$ ; واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

ج) عين إحداثي النقطة  $D$  مرجح الجملة  $\{(A, |z_A|); (B, |z_B|); (C, |z_C|)\}$ .

ج) عين مجموعة النقط  $E$  للنقط  $M$  من المستوي بحيث :

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$$

التمرين الرابع (06 نقاط):

(1) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب:  $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$

(1) أحسب نهايات الدالة  $g$  عند  $0$  و  $+\infty$ .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  محصورا بين  $1$  و  $2$ .

(4) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2+x}$  ;  $(C)$  هو المنحني الممثل للدالة

في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد  $(\vec{i}; \vec{j})$  (الوحدة:  $2\text{cm}$  على  $(xx')$  و  $4\text{cm}$  على  $(yy')$ ).

(1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند  $0$  و  $+\infty$ .

(2) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  ب:  $f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} \times g(x)$

(3) استنتج إشارة  $f'(x)$  ; ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(4) بين أن :  $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$  ; ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

(5) أرسم المنحني  $(C)$ .

(6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = f(m)$ .

صمم على بلوغ الهدف فيما أن تنجح أو إما أن تنجح