

المدة : 04 ساعات .

اختبار في مادة : الرياضيات .

التمرين الأول : ( 01.5 نقطة )

$n$  عدد صحيح يختلف عن  $-1$  و  $A$  عدد حقيقي بحيث :  $A = \frac{n+4}{n+1}$

- تحقق أن  $A = 1 + \frac{3}{n+1}$  ، ثم عين كل الأعداد الصحيحة  $n$  بحيث يكون  $A$  عددا صحيحا .

التمرين الثاني : ( 07 نقاط )

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $IR$  بـ :  $f(x) = \frac{x}{x+e^{-x}}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) أ- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $IR$  فإن :  $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $IR$  فإن :  $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$

و شكّل جدول تغيراتها .

(3)  $h$  دالة عددية معرفة على  $IR$  بـ :  $h(x) = e^{-x} + x - 1$  .

أدرس تغيرات الدالة  $h$  على  $IR$  ، ثم استنتج إشارة  $h(x)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  .

(4) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$  .

(5) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $IR$  فإن :  $f(x) - x = \frac{-xh(x)}{h(x)+1}$  ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني

$(C_f)$  والمماس  $(T)$  . فسّر النتيجة بيانيا .

(6) أرسم المماس  $(T)$  والمنحني  $(C_f)$  .

(7) أ)  $m$  وسيط حقيقي ، بين أن جميع المستقيمات  $(d_m)$  ذات المعادلة  $y = mx$  تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  :

$$x[(x+e^{-x})m-1]=0$$

**التمرين الثالث : ( 04.5 نقاط )**

- $f(x) = \frac{3+x}{5-x}$  :  $]-\infty; 5[$  المجال
- (1) بيّن أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $]-\infty; 5[$ .
- (2)  $(U_n)$  المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول  $U_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = f(U_n)$ .
- (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 < U_n < 3$ .
- (ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  واستنتج أنها متقاربة.
- (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $V_n = \frac{U_n - 1}{3 - U_n}$ .
- أ- بيّن أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  ، يطلب تعيين حدها الأول.
- ب- بيّن أن  $U_n = \frac{1 + 3V_n}{1 + V_n}$  ، ثم عبّر بدلالة  $n$  عن  $U_n$  و  $V_n$  ، وأحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .
- (4) أحسب ، بدلالة  $n$  ، المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = U_0(1+V_0) + U_1(1+V_1) + \dots + U_n(1+V_n)$ .

**التمرين الرابع : ( 07 نقاط )**

- (I) لتكن  $h$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  :  $h(x) = x^2 - 2 \ln x$ .
- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ .
- (2) شكّل جدول تغيرات الدالة  $h$  ، ثم استنتج إشارة  $h(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .
- (II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = 1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x)$ .
- نسمي  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) أحسب :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- (2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما  $x$  فإنّ :  $f'(x) = \frac{-h(x)}{x^2}$ .
- ب- شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (3) أ- بيّن أن المستقيم  $(D)$  ذي المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .
- ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(D)$ .
- ج- بيّن أنّ المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0.41 < \alpha < 0.42$ .
- (4) بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي المستقيم  $(D)$  ، يطلب تعيين معادلة ديكارتية له.
- (5) أ- أرسم المستقيمين  $(D)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .
- ب- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية :  $f(x) = m - x$ .