الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

سيتم فتح رابط QR التصحيح بعد نهاية الإمتحان

مديرية التربية لولاية غليزان
إختبار الفصل الأول
شعبة : 3 تقني رياضي

ثانوية:عبد الحميد بن باديس
سيدي سعادة–يلل
السنة الدراسية:2022–2023

إختبار في مادة : الرياضيات **المدة :02سا**

التمرين الأول: (06 نقط)

أجب بـ: صح أو خطأ مع التبرير في كل مايلي

1. نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 \leq e^x - x - 1 \leq \frac{1}{2}x^2 + x^4$. إذن $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$

2. S مجموعة حلول المعادلة $4^x - 5 \times 2^x + 6 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S = \left\{\ln 6; \frac{\ln 3}{\ln 2}\right\}$

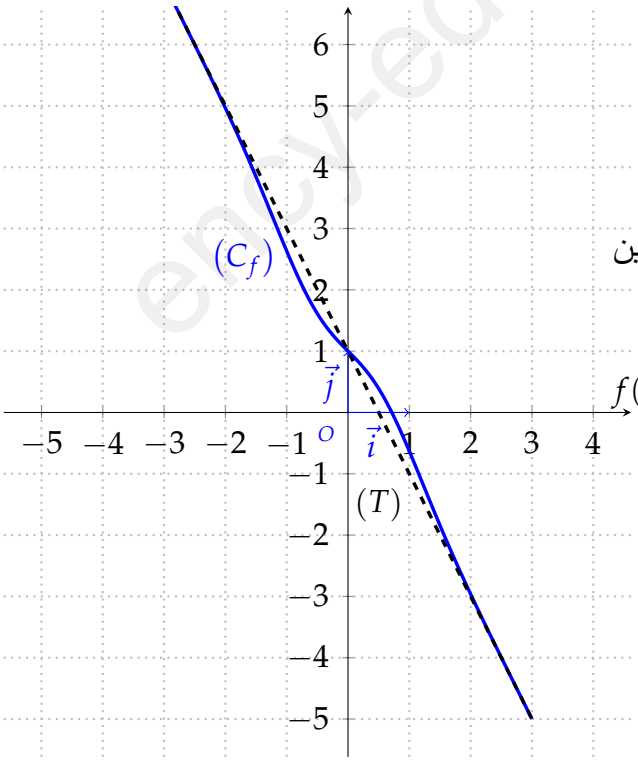
3. عدد أرقام العدد 2022^{2023} هو: 6688

4. S' مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1) + \ln(x+1) \leq \ln 8$ في $\mathbb{R}$ هي: $S' = [1;3]$

5. الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $k(-x) + k(x) = 3$

التمرين الثاني: (06 نقط)

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{-x^2} + ax + b$ حيث a و b عددان حقيقيان مع $a \neq 0$ و (T) مستقيم مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$ كما موضح في الشكل المقابل .



1. أكتب معادلة للمستقيم (T). ثم إستنتج أن $a = -2$ و $b = 1$

إذا علمت أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{-x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x^2} = 0$

2. أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (T') و (T'') موازيان لـ (T) يطلب تعيين معادلة لكل منهما

3. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m بحيث المعادلة $f(x) = -2x + m$ تقبل حلين سالبين

4. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = f(\frac{1}{x})$

أ)أحسب نهايات الدالة h عند حدود مجموعة تعريفها

ب) أحسب $h'(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h

www.ency-education.com

التمـرين الثالث: (08 نقط)

I) g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 1 - \frac{x^3}{3} - 2\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g .ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1 < \alpha < \sqrt{2}$.ثم إستنتج إشارة $g(x)$

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. حيث وحدة الطول $2cm$

1. احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

2. اثبت من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

   ثم إستنتج إتجاه تغير f ،وشكل جدول تغيراتها

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y = -\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

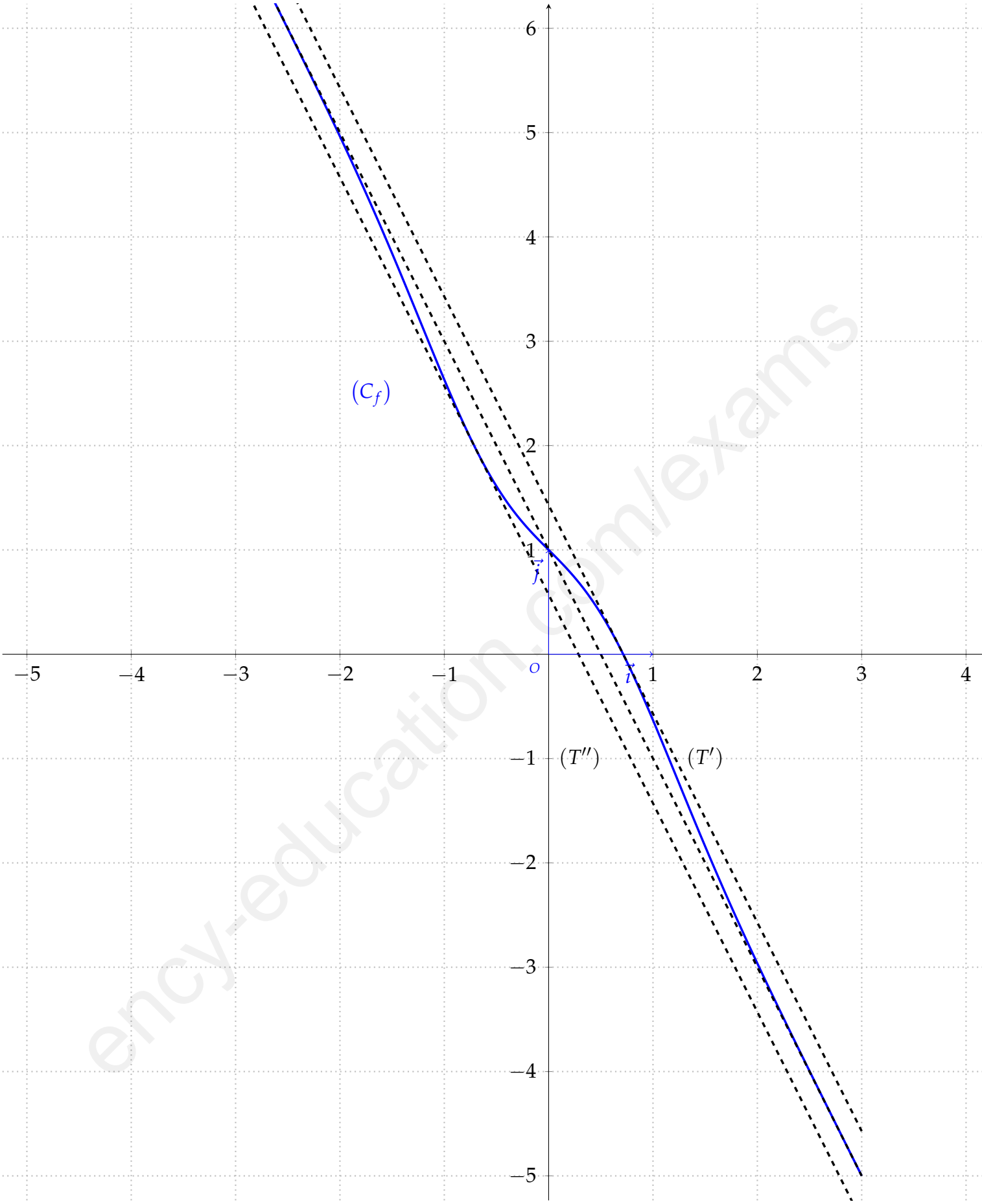
   ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

4. اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) ميله $-\frac{1}{3}$ يطلب تعيين معادلة له .

5. بين أن $f(\alpha) = \frac{1-\alpha^3}{3\alpha^2}$ ،ثم أنشئ (C_f) ، (Δ) و (T) (نأخذ $f(\alpha) \approx -0.3$)

ency-education.com/exams

www.ency-education.com



ency-education.com/exams

تمـــرين الأول :

1) صحيح

التبرير:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x^3 \le e^x-x-1 \le \frac{1}{2}x^2+x^4$

و بالضرب في $\frac{1}{x^2}$ من أجل $x\neq 0$ نجد $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}x \le \frac{e^x-x-1}{x^2} \le \frac{1}{2}+x^2$

ومنه $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}x\right) \le \lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-x-1}{x^2} \le \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}+x^2\right)$

ومنه $\frac{1}{2} \le \lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-x-1}{x^2} \le \frac{1}{2}$ ومنه $\frac{e^x-x-1}{x^2}=\frac{1}{2}$

2) خطأ

التبرير:

لدينا: $4^x-5\times 2^x+6=0$ تكافئ $2^{2x}-5\times 2^x+6=0\cdots(*)$

نضع: $t=2^x$. إذن $(*)$ تكافئ $t^2-5t+6=0$

ومنه $\Delta=(-5)^2-4\times 1\times 6=1$. إذن $\begin{cases} t_1=\frac{5-1}{2}=2 \\ t_2=\frac{5+1}{2}=3 \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} 2^{x_1}=2 \\ 2^{x_2}=3 \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} 2^{x_1}=2^1 \\ e^{x_2\ln 2}=3 \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} x_1=1 \\ x_2\ln 2=\ln 3 \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\frac{\ln 3}{\ln 2} \end{cases}$ ومنه $S=\{1;\frac{\ln 3}{\ln 2}\}$

3) صحيح

التبرير

لدينا: $\log(2022^{2023})=2023\log(2022)\approx 6687,595$

ومنه $6687<\log(2022^{2023}<6688$ ومنه $10^{6687}<2022^{2023}<10^{6688}$

ومنه عدد أرقام العدد 2022^{2023} هو 6688

4) خطأ

التبرير

لدينا: $\ln(x-1)+\ln(x+1)\le \ln 8$

تعيين D مجموعة التعريف المتراجحة

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	

ومنه $D=]1;+\infty[$

إذن $\ln(x-1)+\ln(x+1)\le \ln 8$ تكافئ $\ln[(x-1)(x+1)]\le \ln 8$

ومنه $(x-1)(x+1)\le 8$ ومنه $x^2+x-x-1\le 8$ يعني $x^2-9\le 0$

دراسة إشارة x^2-9 . إذن $x^2-9=0$ تكافئ $x^2=9$

ومنه $x=3$ أو $x=-3$ ومنه

x	1		3		$+\infty$
x^2-9	‖	$-$	0	$+$	

ومنه $S'=]1;3]$

5) خطأ

التبرير

$$\begin{aligned} k(-x)+k(x) &= \frac{3e^{-x}-1}{e^{-x}+1}+\frac{3e^x-1}{e^x+1} \\ &= \frac{(3e^{-x}-1)e^x}{(e^{-x}+1)e^x}+\frac{3e^x-1}{e^x+1} \\ &= \frac{3-e^x}{1+e^x}+\frac{3e^x-1}{e^x+1} \\ &= \frac{2+2e^x}{1+e^x}=\frac{2(1+e^x)}{1+e^x}=2 \end{aligned}$$

تمـــرين الثاني :

1) كتابة معادلة للمماس (T)

معادلة المماس (T) من الشكل $y=a'x+b'$ و نلاحظ أن (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ ومنه $b'=1$ و يشمل ايضا النقطة $B(-1;3)$ ومنه $-a'+1=3$

أي $a'=-2$ ومنه $(T): y=-2x+1$

لدينا: $f(x)=xe^{-x^2}+ax+b$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{-x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x^2}=0$

وبالتالي المستقيم ذي المعادلة $y=ax+b$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ و بالمطابقة مع معادلة مستقيم (T) نجد $a=-2$ و $b=1$

2) إثبات أن (C_f) يقبل مماسين (T') و (T'') موازيان لـ (T)

لدينا: الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة f'

حيث $f'(x)=e^{-x^2}-2x^2e^{-x^2}-2=e^{-x^2}(1-2x^2)-2$

إذن $f'(x)=-2$ تكافئ $e^{-x^2}(1-2x^2)-2=-2$ ومنه $e^{-x^2}(1-2x^2)=0$

ومنه $1-2x^2=0$ لأن $e^{-x^2}\neq 0$ ومنه $2x^2=1$ ومنه $x^2=\frac{1}{2}$ ومنه $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$

أو $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$. ومنه يوجد مماسين موزيان لـ (T) أحدهما عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و الأخر عند النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

كتابة معادلة للمماسين (T') و (T'')

$$\begin{cases} (T'): y=-2(x-\frac{1}{\sqrt{2}})+f(\frac{1}{\sqrt{2}})=-2x+\frac{e^{-\frac{1}{2}}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ (T''): y=-2(x+\frac{1}{\sqrt{2}})+f(-\frac{1}{\sqrt{2}})=-2x-\frac{e^{-\frac{1}{2}}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

3) مناقشة حلول المعادلة $f(x)=-2x+m$

المعادلة $f(x)=-2x+m$ تقبل حلين سالبين

من أجل $m\in\left]-\frac{e^{-\frac{1}{2}}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}};1\right[$

4) أ) حساب نهايات الدالة h عند حدود مجموعة تعريفها

$$\lim_{x\to+\infty}h(x)=\lim_{x\to+\infty}f(\frac{1}{x})=f(0)=1$$

$$\lim_{x\to-\infty}h(x)=\lim_{x\to-\infty}f(\frac{1}{x})=f(0)=1$$

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0}h(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}0}f(\frac{1}{x})=\lim_{t\to+\infty}f(t)=-\infty$$

$$\lim_{x\overset{<}{\to}0}h(x)=\lim_{x\overset{<}{\to}0}f(\frac{1}{x})=\lim_{t\to-\infty}f(t)=+\infty$$

ب) حساب $h'(x)$ و إستنتاج إتجاه تغير الدالة h

الدالة h قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}^*$ و دالتها المشتقة $h'(x)$

حيث $h'(x)=-\frac{1}{x^2}f'(\frac{1}{x})$

اسنة سنة ثالثة تقني رياضي

ency-education.com/exams

من خلال التمثيل البياني للدالة f نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x أن: $f'(x)<0$ و بالتالي من أجل كل عدد حقيقي x بحيث $x\neq 0$: $f'(\frac{1}{x})<0$ ومنه $-\frac{1}{x^2}f'(\frac{1}{x})>0$ أي $h'(x)>0$

وبالتالي :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	‖	$+$
$h(x)$	$1 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow 1$

تمـــرين الثالث :

I)

(أ) دراسة تغيرات الدالة g

- حساب النهايات

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0} 1-\frac{x^3}{3}-\ln x=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} 1-\frac{x^3}{3}-\ln x=-\infty$$

- حساب $g'(x)$

الدالة g قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة $g'(x)$

حيث: $g'(x)=-x^2-\frac{1}{x}=\frac{-x^3-1}{x}=-\frac{x^3+1}{x}$

إذن من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $g'(x)<0$

-جدول تغيرات الدالة g

x	0	α	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow 0 \searrow$	$-\infty$

(ب) إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1<\alpha<\sqrt{2}$

لدينا الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]1;\sqrt{2}[$

ولدينا $\begin{cases} g(1)=\frac{2}{3} \\ g(\sqrt{2}\approx -0,635 \end{cases}$ ومنه $g(\sqrt{2})<0<g(1)$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث: $1<\alpha<\sqrt{2}$

- إستنتاج إشارة $g(x)$

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$ 0 $-$	

II)

1) حساب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} -\frac{x}{3}+\frac{\ln x}{x^2}=-\infty$$

لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$ و $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{3}=-\infty$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0} -\frac{x}{3}+\frac{\ln x}{x^2}=-\infty$$

2) إثبات أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة $f'(x)$ حيث

$$f'(x)=-\frac{1}{3}+\frac{\frac{1}{x}\times x^2-2x\ln x}{x^4}=-\frac{1}{3}+\frac{x-2x\ln x}{x^4}=-\frac{1}{3}+\frac{1-2\ln x}{x^3}$$

ومنه $f'(x)=\frac{-\frac{x^3}{3}+1-2\ln x}{x^3}=\frac{g(x)}{x^3}$

- إستنتاج إتجاه تغير f وتشكيل جدول تغيراتها

لدينا من أجل $x\in]0;+\infty[$: $x^3>0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$

- جدول تغيرات الدالة f

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$ 0 $-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow f(\alpha) \searrow$	$-\infty$

3) إثبات أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y=-\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)-(-\frac{x}{3})=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$ ومنه المستقيم ذي المعادلة $y=-\frac{x}{3}$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$

-دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

لدينا: $f(x)-(-\frac{x}{3})=\frac{\ln x}{x^2}$ ومنه إشارة الفرق من نفس إشارة $\ln x$

لإن $x^2>0$ من أجل $x\in]0;+\infty[$ ومنه

x	0	1	$+\infty$
$f(x)-y$	‖	$-$ 0	$+$
الوضعية	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $\Omega(1;-\frac{1}{3})$ / (C_f) فوق (Δ)

4) إثبات أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) ميله $-\frac{1}{3}$ يطلب تعيين معادلة له .

إذن $f'(x)=-\frac{1}{3}$ يعني $\frac{-\frac{x^3}{3}+1-2\ln x}{x^3}=-\frac{1}{3}$ ومنه $-\frac{x^3}{3}+1-2\ln x=$

$-\frac{x^3}{3}$ ومنه $1-2\ln x=0$ ومنه $\ln x=\frac{1}{2}$

أي $x=e^{\frac{1}{2}}$ ومنه $(T): y=-\frac{1}{3}(x-e^{\frac{1}{2}})+f(e^{\frac{1}{2}})=-\frac{x}{3}+\frac{e^{-1}}{2}$

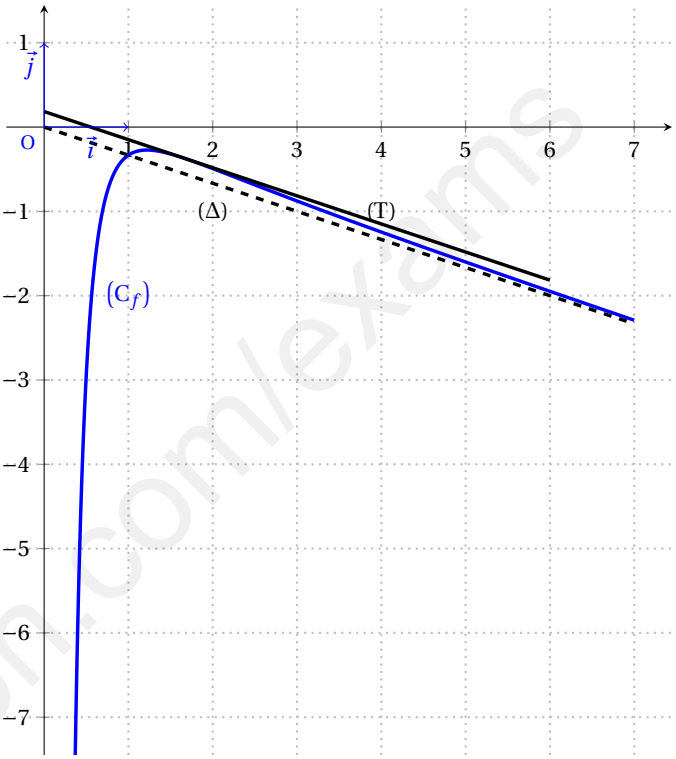
5) إثبات أن $f(\alpha)=\frac{1-\alpha^3}{3\alpha^2}$

ency-education.com/exams

اسنة سنة ثالثة تقني رياضي

لدينا: $g(\alpha)=0$ يعني $1-\frac{\alpha^3}{3}-2\ ln\alpha=0$ ومنه $2ln\alpha=1-\frac{\alpha^3}{3}$ ومنه $\ln\alpha=\frac{1}{2}-\frac{\alpha^3}{6}$ و بالقسمة على α^2 نجد $\frac{\ln\alpha}{\alpha^2}=\frac{1}{2\alpha^2}-\frac{\alpha^3}{6\alpha^2}$

ومنه $-\frac{\alpha}{3}+\frac{\ln\alpha}{\alpha^2}=-\frac{\alpha}{3}+\frac{1}{2\alpha^2}-\frac{\alpha^3}{6\alpha^2}$ أي $f(\alpha)=-\frac{2\alpha^3}{6\alpha^2}+\frac{3}{3\alpha^2}-\frac{\alpha^3}{6\alpha^2}$

ومنه $f(\alpha)=\frac{3-3\alpha^3}{6\alpha^2}=\frac{1-\alpha^2}{2\alpha^2}$ و هو المطلوب

-الإنشاء