الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
بكالوريا تجريبي
المستوى: 3 تقني رياضي

مديرية التربية لولاية مستغانم
ثانوية الاخوة عباس –السور
يوم 2023/05/15

امتحان في مادة الرياضيات

المدة أربع ساعات و نصف

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول (05 نقط): نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على IN ب : $\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2-U_n} \end{cases}$

1) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 1$.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) , ثم برر تقاربها.

3) لتكن (V_n) المتتالية العددية المعرفة على IN ب: $V_n = \frac{4}{1-U_n}$

ا)بين ان (V_n) متتالية حسابية أساسها 4 يطلب تعيين حدها الأول V_0

ب)اكتب كلا من V_n و U_n بدلالة n . ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

4) ا)ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 9 .

ب)عين قيمة العدد الطبيعي α حتى يكون $\begin{cases} 4^n + 4^{n+1} + 4^{n+2} + \alpha - 1 \equiv 0[9] \\ 2020 \leq \alpha \leq 2026 \end{cases}$

التمرين الثاني (04 نقط):

1) P(z) كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف كما يلي: $P(z) = (\bar{z}+2)(\bar{z}^2 - 2\bar{z} + 4)$

–حل في مجموعة الاعداد المركبة C المعادلة: $P(z) = 0$.

2) في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ *نعتبر النقط* $A; B; C$ *التي لواحقها على الترتيب* $z_A = 1 + \sqrt{3}i$; $z_B = \bar{z}_A$ و $z_C = -2$.

ا)اكتب كل من الاعداد z_C, z_B, z_A على الشكل الاسي ,ثم استنتج ان النقط A ; B ; C تنتمي الى الدائرة (C) التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ب)عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي موجب .

www.ency-education.com

3) ا)اكتب على الشكل الاسي العدد $L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

ب)استنتج ان A صورة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة. ج)حدد مع التعليل طبيعة المثلث ABC .

4) ا)عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي اضلاع .

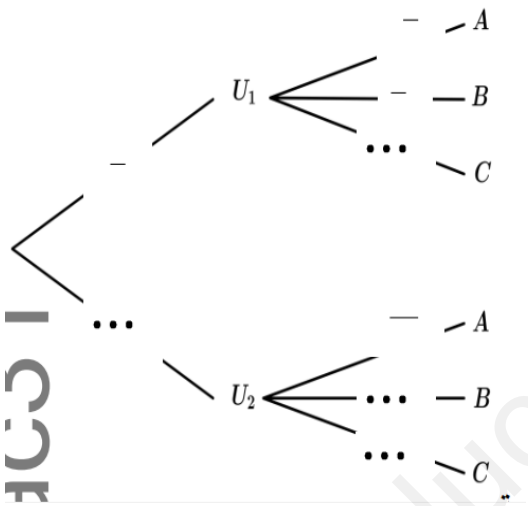
ب)عين طبيعة مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|iz - \sqrt{3} - 1| = |z - 2 - 2\sqrt{3}|$

التمرين الثالث (04 نقط): صندوقين غير شفافين U_2 و U_1 يحتوي الصندوق U_1 على ثلاث كرات سوداء و اربعة كرات حمراء, و يحتوي الصندوق U_2 على ثلاث كرات حمراء و كرتين سوداوين(كل الكرات متماثلة و لانفرق بينها عند اللمس).

نرمي زهر نرد غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 الى 6. اذا ظهر الرقمان 2 او 4 نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد من الصندوق U_1 و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون ارجاع من الصندوق U_2 ,

نعتبر الاحداث :الحدث A "سحب كرتين حمراوين" .الحدث B : " سحب كرتين سوداوين"

الحدث C : " الحصول عل كريتن مختلفتين في اللون "



1) انقل و اكمل شجرة الاحتمالات.

2) احسب احتمال الحوادث A ; B ; C .

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

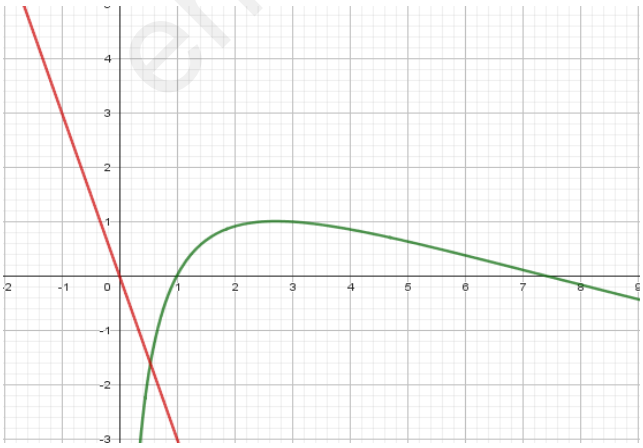
ا)عين قيم المتغير العشوائي X . ب)عرف قانون المتغير العشوائي X.

ج)احسب $E(X)$ الامل الرياضياتي للمغير العشوائي X.

التمرين الرابع (07 نقط):

I.نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب: $g(x) = a(\ln x)^2 + b\ln x$

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذي المعادلة $y = -3x$, كما هو مبين في الشكل المقابل, المنحنى (C_g) يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = e$.



1)ا)عين $g'(x)$ بدلالة b و a .

ب)تاكد من المعطيات السابقة ان $b = 2$ و $a = -1$

ج)عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ) (β هي فاصلة (Δ) و (C_g)).

2) استنتج إشارة $h(x)$ حيث $h(x) = g(x) + 3x$

على المجال $]0;+\infty[$

www.ency-education.com

II.نعتبر الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $f(x) = 3\ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا)بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ ان : $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين احدهما α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$.

4) تاكد ان $\ln(\alpha) = -3\alpha$.

أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).يعطى $\beta = 0.5$ و $f(\beta) = -1.2$

5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $\frac{(\ln x)^2}{x} = mx - 3\ln x$ حلين متمايزين.

6) احسب مشتقة الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $x \to x\ln x - x$

ثم بين ان مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x = 1$ و $x = \alpha$ و $y = 0$

هي $S_\alpha = (-9\alpha^3 - 9\alpha^2 - 3\alpha + 3)\text{ua}$

7) الدالة k المعرفة على IR^* ب $k(x) = 3\ln|x| + \frac{(\ln|x|)^2}{|x|}$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق

ا)بين ان الدالة k زوجية

ب)اشرح كيف يمكن رسم (C_k) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .

الموضوع الثاني

www.ency-education.com

التمرين الأول(05 نقط)

1)نعتبر المعادلة (E)ذات المجهولين y و x من Z حيث : $4x-13y=7$.

ا)تحقق ان 4 و 13 اوليان فيما بينهما ثم بين ان المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب)عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق $x_0-y_0=4$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2)عين الثنائيات $(x;y)$ من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة (E)التي تحقق $|13x+y-33|<379$

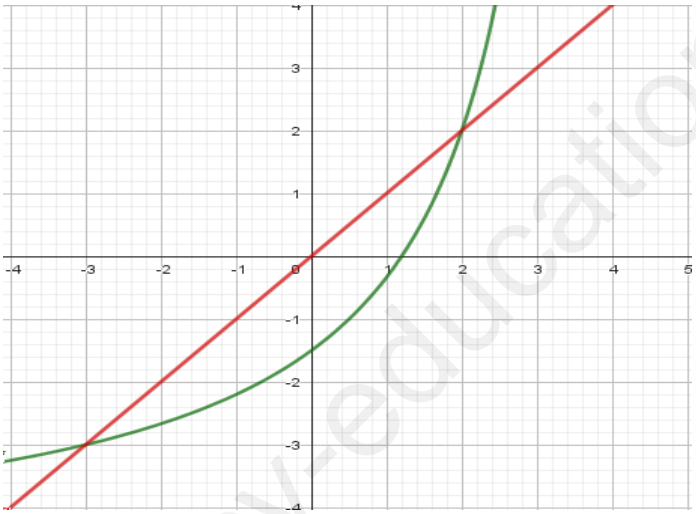
3)ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين y و x .

ا)ماهي القيم الممكنة للعدد d .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة (E)التي تحقق $d=7$ و $x+y<400$

التمرين الثاني(04 نقط):

fالدالة المعرفة على$[-3;2]$ كما يلي: $f(x)=\frac{5x-6}{4-x}$ (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ و نعتبر المستقيم (D) ذي المعادلة $y=x$.



1)ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بين انه من اجل كل xمن $[-3;2]$ فان

$f(x)\in[-3;2]$

/.نعتبر المتتالية (u_n)المعرفة على INحيث $U_0=\alpha$ و $U_{n+1}=f(U_n)$, حيث α عدد حقيقي.

عين قيمة α حتى تكون (u_n) ثابتة .

//.في كل من ما يلي نضع $\alpha=0$

1)ا)انقل الشكل ,ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_2,U_1,U_0 , مبرزا خطوط الرسم (بدون حساب)

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية(U_n) و تقاربها.

ج)برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $-3<U_n<2$.

د)ادرس اتجاه تغير المتتالية(U_n) ثم استنتج انها متقاربة.

2)نعتبر المتتالية $(V_n)_{n\in IN}$المعرفة كما يلي : $V_n-1=\frac{5}{U_n-2}$

ا)اثبت ان المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

www.ency-education.com

ب)اكتب V_n بدلالة n

ج)استنتج عبارة U_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

5) احسب بدلالة n كل من: $S_n = \frac{5}{U_0-2} + \frac{5}{U_1-2} + \cdots .. + \frac{5}{U_n-2}$ و $P_n = V_n \times V_{n+1} \times V_{n+2} \times \ldots . \times V_{2n}$

التمرين الثالث (04 نقط):

يحتوي كيس على 12 كرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس ,منها خمس كرات حمراء مرقمة ب $-1,1,1,0,1$,و اربعة كرات بيضاء مرقمة ب$1, 0, 0, 0$ و ثلاث كرات خضراء مرقمة ب $1, -1, 0$.

نسحب عشوائيا و في ان واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) نعتبر الحوادث التالية:

الحدث A : " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط" الحدث B: " سحب على الأقل كرة حمراء "

الحدث C: " الكرات الثلاثة المسحوبة لها نفس اللون " الحدث D :"مجموع الأرقام المسحوبة يساوي الصفر"

ا)احسب احتمال الحوادث $A ; B ; C$. ب)بين ان $P(D) = \frac{3}{11}$ و $P(C \cap D) = \frac{1}{44}$.

2)نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة

ا)عين قانون الاحتمال للمغير X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$. ب) احسب $P(e^{X^2-X} = 1)$

التمرين الرابع(07 نقط):

I.نعتبر الدالة g المعرفة على IR كما يلي: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$

1)احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2)ادرس اتجاه تغير الدالة g,ثم شكل جدول تغيراتها .

3)احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II.نعتبر الدالة f المعرفة على IR كما يلي: $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 1cm .

1)احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ا)بين ان المستقيم (Δ).ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

www.ency-education.com

3)ا)بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من IR : $f'(x) = g(x)$.

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f, ثم شكل جدول تغيراتها.

4)بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-3.01 < \alpha < -3$ و $0.7 < \beta < 0.8$.

5)أنشئ (Δ) ثم (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$.

6)ا)باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الاصلية للدالة $x \to xe^{2x}$ و التي تنعدم عند 0.

ب)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد ب (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = 0$

III.نعتبر الدالة h المعرفة على $IR - \{0\}$ كما يلي : $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

1)جد عبارة h' الدالة المشتقة للدالة h بدلالة f .

2)استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

بالتوفيق

www.ency-education.com