



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول (04,5 نقاط) :

1/ ممتاليّة عدديّة معرفة بحدها الأول $U_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

* احسب الحدود : U_1 و U_3 .

ب*) برهن بالترافق أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

ج*) أدرس اتجاه تغير الممتاليّة (U_n) على \mathbb{N} . ثم برهن تقاربها ، عين نهايتها؟

2/ من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$

* بين أن الممتاليّة (V_n) حسابية يتطلب تعين أساسها وحدتها الأول.

ب*) عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

3/ أحسب بدلالة n عن المجموع S_n حيث:

$$P = e^{2\nu_0} \times e^{2\nu_1} \times \dots \times e^{2\nu_{2024}}$$

التمرين الثاني (04 نقاط) :

ما هي الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المقترحة التالية؟ برهن.

الرقم	السؤال	الجواب (أ)	الجواب (ب)	الجواب (ج)
01	$I_n = \int_1^{e^n} x^2 \ln x dx , n \in \mathbb{N}$ التكامل يساوي	$\frac{1}{9} (e^{3n})$	$\frac{1}{3} ((3n-1)e^{3n})$	$\frac{1}{9} ((3n-1)e^{3n} + 1)$
02	العدد 2023 يكتب	513 في النظام ذي الأساس 20	1207 في النظام ذي الأساس 12	1000010101000 في النظام الثنائي
03	أحد حلول المعادلة التفاضلية $f'(x) = 2y' + 6y = 0$ هو	$f(x) = -2xe^{-3x}$	$f(x) = 2 \cdot e^{-3x}$	$f(x) = e^{-3(x+1)} - 2$
04	إذا كان $z' = -5$ و $Arg(z) = \theta$ حيث $\theta \in \mathbb{R}$	$Arg(\bar{z} \cdot z') = \pi - \theta$	$Arg(\bar{z} \cdot z') = -\pi + \theta$	$Arg(\bar{z} \cdot z') = -\pi + \theta$
05	$b = 13n - 1$ و $a = 11n + 3$ القيم الممكنة لـ $(a; b)$ هي	$\{0; 5; 10; 15; 100\}$	$\{-1; 2; 5; 15\}$	$\{1; 2; 5; 10; 25; 50\}$

التمرين الثالث(04.5 نقاط) :

المستوي المركب منسوب للمعلم المتعامد و المتجانس $(\bar{O}, \bar{u}, \bar{v})$.

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$.

2- نقط من المستوى لواحقها على الترتيب: B, A - $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_A = 2\sqrt{3} + 2i$ ، علّم النقط B, A

3- أكتب كلا من Z_A, Z_B على الشكل الأسّي . برهن أن: $\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

4- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي سالب

5- عين لاحقة النقطة G مرتجع النقط O, B, A المرفقة بالمعاملات 1 , 1 , 2 على الترتيب .

6- عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعه النقط M من المستوى ذات اللاحقة Z التي تحقق: $|Z - 2\sqrt{3} - 2i| = |Z - 2\sqrt{3} + 2i|$

- هل G نقطة من المجموعة (E) ؟ .

التمرين الرابع(07 نقاط) :

* نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 3x - 2 - e^{-x}$

1/ أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2/ أحسب $(x)g'$ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} .

3/ بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حل وحيد α على المجال $[0,81; 0,82]$ استنتاج إشارة $(x)g$ على \mathbb{R} ؟

** نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = x^3 - x^2 + (x+1)e^{-x}$

(C_f) المنحني البياني الممثل للدالة f في المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$.

1/ أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

2/ أحسب $(x)f'$ ثم بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} :

3/ استنتاج اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4/ بين أن: $2 - \alpha - f(\alpha) = \alpha^3 + 2\alpha^2 + \alpha$ ثم عين قيمة مقربة (α)

5/ ادرس الوضعيّة النسبية لمنحني (C_f) والمنحني (Γ) ذو المعادلة $y = x^3 - x^2$.

6/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

7/ أنشئ بدقة المنحني (C_f) والمنحني (Γ) (في الوثيقة المرفقة).

*** نعتبر التكامل التالي : $A(\alpha) = \int_{-1}^{\alpha} (f(x) - y) dx$

أ/ أحسب $A(\alpha)$

ب/ بين أن: $A(\alpha) = -3\alpha^2 - 4\alpha + 4 + e$

ج/ استنتاج S المساحة المقربة للحيز المحدد بالمستقيمات $x = -1, x = \alpha, x = 1$ و المنحني (Γ)

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

التمرين الأول (05 نقاط) :

1/ نعتبر المتالية (I_n) المعرفة على \mathbb{N} : $I_n = \int_0^n (1-x \ln 3) e^{-x \ln 3} dx$

أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $I_n = \frac{n}{3^n}$

ب/ برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n > n^2$ ثم استنتج :

2/ نعتبر المتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معادل بـ:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{n} \right) U_n \end{cases}$$

أ/ احسب الحدود : U_2 و U_3

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معادل n : $U_n > 0$

ج/ بين أن من أجل كل عدد طبيعي غير معادل n : $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ ماذا تستنتج ؟

3/ نعتبر المتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معادل n بـ: $V_n = \frac{U_n}{n}$

أ/ بين أن (V_n) متالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأولى.

ب/ عبر عن V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n ، وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

$$S = 3 + \frac{2}{U_2} + \dots + \frac{2023}{U_{2023}}$$

التمرين الثاني (05 نقاط) :

1/ يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1

2 , 1 , 4 حمراء تحمل الأرقام 1 , 1 , 1

5 خضراء تحمل الأرقام 1 , 2 , 2 , 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاثة كرات من الكيس .

نعتبر الحادتين : A " سحب كرتين من نفس اللون "

B " سحب كرة خضراء على الأقل "

أ/ أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A , B ، هل الحادثان A و B مستقلتان ؟

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة العدد $\frac{(-2)^{(a+b+c)}}{4}$ حيث a ، b و c هي الأرقام المسجلة في كل سحبة

أ/ أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

$$\text{ج - أحسب } P(2e^{2x} - e^x - 3 \geq 0)$$

3/ نسحب عشوائيا على التوالي وبالإرجاع n كرة من الكيس

بين أن احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل هو : $P(n) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(n)$ فسر النتيجة

ما هو أصغر عدد طبيعي n حتى يكون $P(n) \geq 0,999$

التمرين الثالث (04 نقاط) :

أ/ أدرس حسب قيم العدد n عدد طبيعي يوافي القسمة الإقلية للعدد 7^n على 11.

$$\text{ب/ عين قيم } n \text{ بحيث :} \begin{cases} n \equiv 6[10] \\ 7^n - n^2 \equiv 0[11] \end{cases}$$

2/ عدد طبيعي يكتب في النظام العشري : $a = qr_{n-1}r_{n-2}\dots r_1r_0$ وبالتالي ينشر:

$$\alpha \in \{0;1;2;\dots;n-1\} \text{ مع } 0 \leq r_\alpha < x \quad q < x \quad a = q10^n + r_{n-1}10^{n-1} + r_{n-2}10^{n-2} + \dots + r_210^2 + r_110 + r_0$$

أ/ " باستعمال $[11] - 10 \equiv 10^n \equiv (-1)[11]$ بين أن : a يقبل القسمة على 11 إذا وفقط إذا قبل العدد الناتج من الفرق بين مجموع الأرقام ذات الرتب الزوجية مع مجموع الأرقام ذات الرتب فردية القسمة على 11

ب/ هل العدد: $a = 202314442973196219541880$ يقبل القسمة على 11 بـرر باستعمال السؤال السابق؟

ج/ هل العدد a يقبل القسمة على 110 (لاحظ : $110 = 11 \times 10$) بـرر ؟

التمرين الرابع (06 نقاط) :

I) g دالة معرفة على $[0, +\infty)$ كما يلي :

أ/ احسب $(x)'g$ ثم استنتج اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ بين أن المعادلة: $0 = g(x)$ تقبل حلًا وحيدًا α على المجال $[0, +\infty)$ ثم تحقق أن : $3,58 < \alpha < 3,6$

استنتاج إشارة $(x)g$ على المجال $[0, +\infty)$

$$\text{II) نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة على المجال } [0, +\infty) \text{ كما يلي :}$$

(C) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد و متجانس (O, \vec{I}, \vec{J}) (الوحدة هي $2cm$).

1) احسب النهايات عند أطراف مجالات مجموعة التعريف فسر النتائج هندسياً؟

$$2) \text{ بين أن } f \text{ تقبل الاستقاق على المجال } [0, +\infty) \text{ وأن } f'(x) = \frac{g(x^2)}{x(1+x^2)^2}$$

أ/ استنتاج اتجاه تغير f ثم شكل جدول التغيرات

$$\text{ب/ تتحقق أن : } f(\sqrt{\alpha}) = \frac{1}{2\alpha}$$

ب/ عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ج/ أنشئ بدقة (T) و (C)

3) نقاش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = mx - m$

$$5) \text{ نعتبر الدالة } h \text{ المعرفة على المجال } [0, +\infty) \text{ كما يلي : } h(x) = -2(1+x)f(\sqrt{x})$$

أ/ عين الدالة H الدالة الأصلية للدالة h التي تتحقق : $H(1) = 0$

ب/ بين مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_h) منحنى الدالة h والمستقيمات $y = 0$ و $y = \frac{1}{e}(8\alpha + 4)cm^2$ هي

انتهي الموضوع الثاني