الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين -الشلف- وزارة التربية الوطنية

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

الشعبة : 3علوم الطبيعة والحياة **2014/11/30** المدة : ساعتان

التمرين الأول (12 نقطة):

الجزء الأول:نعتبر الدالة ¨ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : ¨ $(x)=2x^3-6x^2+6x+3$

1. أدرس تغيرات الدالة ¨
2. بين أن المعادلة ¨ $(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ~ حيث $-0.4<$~<-0.3
3. حدد حسب قيم x إشارة ¨ (x)

الجزء الثاني:نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 لدينا : $f(x)=x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}$
2. أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريفها
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x^2-2x-1)\right]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x^2-2x-1)\right]$ و ما هو تفسيرك الهندسي للنتيجة
5. أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمنحني (P) الممثل للدالة "$x\to(x^2-2x-1)$"
6. بين أن f(~)$=\dfrac{15}{2(1-\text{~})}-2$ و أستنتج حصرا لـ f(~)
7. أرسم (P) و (C_f)

التمرين الثاني (08 نقاط) :

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ : $h(x)=3\ln(x)-(\ln(x))^2$

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C)
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$
3. أحسب $h'(x)$ حيث h' الدالة المشتقة للدالة h
4. حل في المجال $]0\,;+\infty[$ المعادلة $3-2\ln(x)=0$ ثم المتراجحة $3-2\ln(x)>0$ مستنتجا إشارة $h'(x)$
5. شكل جدول تغيرات الدالة h
6. حل في المجال $]0\,;+\infty[$ $h(x)=0$ و فسر النيتجة هندسيا
7. أنشئ (C)

	الصفحة 1/1	بالتوفيق

تصحيح الاختبار الأول

الشعبة :3 علوم تجريبية

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين – الشلف

December 2, 2014

من إنجاز الأستاذ : ثابت إبراهيم

12 نقطة

التمرين الأول :

الجزء الأول :

لدينا : $g(x)=2x^3-6x^2+6x+3$

1- دراسة تغيرات الدالة g :

أ) حساب النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(2x^3-6x^2+6x+3\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(2x^3\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(2x^3-6x^2+6x+3\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(2x^3\right)=+\infty$$

ب) حساب المشتقة :

$$g'(x)=6x^2-12x+6$$

- دراسة إشارة المشتقة :

$g'(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2-12x+6=0$ أي $6(x^2-2x+1)=0$

أي $6(x-1)^2=0$ أي $(x-1)^2=0$

أي المعادلة تقبل حلا مضاعفا : $x_1=x_2=1$

إشارة المشتقة :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	

ج) جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	α	1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	0	$\nearrow$		$+\infty$

2- تبيان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $-0.4<\alpha<-0.3$:

g دالة مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[-0.4;-0.3]$

ولدينا : $g(-0.4)=-0.49$ و $g(-0.3)=0.61$ ومنه $g(-0.4)\times g(-0.3)<0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $-0.4<\alpha<-0.3$

3- إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

الجزء الثاني :

- لدينا : $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}$

1- **تبيان أنّ :** $f(x)=x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}$

لدينا : $\dfrac{x^3-2x^2-x+x^2+2x+1-5}{x-1}=\dfrac{(x^2-2x-1)(x-1)-5}{x-1}=x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}$

أي $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}$

2- حساب النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x}=\lim_{x\to-\infty}x^2=+\infty$$

$$\lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^-}\frac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=+\infty$$ لأن $\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^-}\left(x^3-3x^2+x-4\right)=-5\\ \lim\limits_{x\to1^-}(x-1)=0^-\end{cases}$

$$\lim_{x\to1^+} f(x)=\lim_{x\to1^+}\frac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=-\infty$$ لأن $\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^+}\left(x^3-3x^2+x-4\right)=-5\\ \lim\limits_{x\to1^+}(x-1)=0^+\end{cases}$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x}=\lim_{x\to+\infty}x^2=+\infty$$

3- دراسة اتجاه تغير الدالة f :

- **حساب المشتقة :**

$$f'(x)=2x-2+\frac{5}{(x-1)^2}=\frac{2(x-1)^3+5}{(x-1)^2}$$

أي $$f'(x)=\frac{2\left(x^3-3x^2+3x-1\right)+5}{(x-1)^2}=\frac{2x^3-6x^2+6x+3}{(x-1)^2}$$

ومنه : $$f'(x)=\frac{\text{¨}(x)}{(x-1)^2}$$

- **جدول تغيرات الدالة f :**

إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $\text{¨}(x)$

x	$-\infty$		~		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘		$f(\sim)$	↗ $+\infty$	||	$-\infty$ ↗	$+\infty$

4- حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-\left(x^2-2x-1\right)\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\left(x^2-2x-1\right)\right)$:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-\left(x^2-2x-1\right)\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(x^2-2x-1-\frac{5}{x-1}-x^2+2x+1\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(-\frac{5}{x-1}\right)=0$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-\left(x^2-2x-1\right)\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x^2-2x-1-\frac{5}{x-1}-x^2+2x+1\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(-\frac{5}{x-1}\right)=0$$

التفسير الهندسي :

المنحنى (P) الممثل للدالة $x\mapsto x^2-2x-1$ منحنى مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$

5- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (P) :

- ندرس إشارة الفرق $f(x)-\left(x^2-2x-1\right)=-\frac{5}{x-1}$

x	$-\infty$ $\qquad$ 1	$\qquad$ $+\infty$
$f(x)-\left(x^2-2x-1\right)$	$+$	$-$
الوضع النسبي	(C_f) يقع فوق (P)	(C_f) يقع تحت (P)

-6 تبيان أنّ $f(\alpha)=\dfrac{15}{2(1-\alpha)}-2$:

- لدينا : $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^3-3\alpha^2+\alpha-4}{\alpha-1}\quad\ldots\quad(*)$
- ولدينا : $f'(\alpha)=0$ أي $2\alpha^3-6\alpha^2+6\alpha+3=0$

ومنه $2\alpha^3=6\alpha^2-6\alpha-3$

وبالتالي : $\alpha^3=\dfrac{6\alpha^2-6\alpha-3}{2}$

بالتعويض في $(*)$ نجد : $f(\alpha)=\dfrac{\dfrac{6\alpha^2-6\alpha-3}{2}-3\alpha^2+\alpha-4}{\alpha-1}$

أي $f(\alpha)=\dfrac{\dfrac{6\alpha^2-6\alpha-3-6\alpha^2+2\alpha-8}{2}}{\alpha-1}$ ومنه $f(\alpha)=\dfrac{\dfrac{-4\alpha-11}{2}}{\alpha-1}$

$f(\alpha)=\dfrac{-4\alpha-11}{2(\alpha-1)}=-2+\dfrac{15}{2(\alpha-1)}$ (بإستعمال القسمة)

إذن : $f(\alpha)=\dfrac{15}{2(1-\alpha)}-2$

- **استنتاج حصرا لـ** $f(\alpha)$:

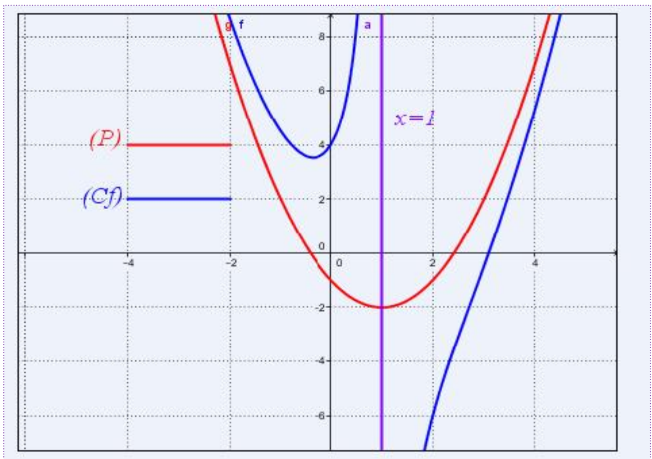
- لدينا : $-0.4<\alpha<-0.3$ ومنه $0.3<-\alpha<0.4$ وبالتالي $1+0.3<1-\alpha<1+0.4$

إذن : $\dfrac{1}{1.4}<\dfrac{1}{1-\alpha}<\dfrac{1}{1.3}$ ومنه $\dfrac{15}{2\times1.4}<\dfrac{15}{2(1-\alpha)}<\dfrac{15}{2\times1.3}$

وبالتالي : $\dfrac{15}{2\times1.4}-2<\dfrac{15}{2(1-\alpha)}-2<\dfrac{15}{2\times1.3}-2$

أي $3.36<f(\alpha)<3.77$

-7 الرسم



التمرين الثاني : **08 نقاط**

- لدينا : $h(x)=3\ln(x)-(\ln(x))^2$ $D_h=]0;+\infty[$

1- تبيان أنّ المستقيم ذي المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C) :

- لدينا : $\lim\limits_{x\to0^+} h(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(3\ln(x)-(\ln(x))^2\right)=-\infty$

لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to0^+}\ln(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to0^+}(\ln(x))^2=+\infty\end{cases}$ ومنه $x=0$ مستقيم مقارب عمودي لـ (C).

2- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$:

$$\lim_{x\to+\infty} h(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(3\ln(x)-(\ln(x))^2\right)=\lim_{x\to+\infty}\ln(x)\times(3-\ln(x))=-\infty$$

لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(3-\ln(x))=-\infty\end{cases}$

3- حساب $h'(x)$:

- لدينا : $h'(x)=\frac{3}{x}-2\times\frac{1}{x}\times\ln(x)=\frac{3-2\ln(x)}{x}$ أي $h'(x)=\frac{3-2\ln(x)}{x}$

4- حل المعادلة $3-2\ln(x)=0$ في المجال $]0;+\infty[$:

$3-2\ln(x)=0$ يعني $2\ln(x)=3$ ومنه $\ln(x)=\frac{3}{2}$

أي $x=e^{\frac{3}{2}}$

مجموعة الحلول $S=\left\{e^{\frac{3}{2}}\right\}$

- **حل المتراجحة $3-2\ln(x)>0$:** المتراجحة معرفة على المجال $]0;+\infty[$

$3-2\ln(x)>0$ يعني $\ln(x)<\frac{3}{2}$ ومنه $x<e^{\frac{3}{2}}$

مجموعة حلول المتراجحة : $S=]0;+\infty[\cap\left]0;e^{\frac{3}{2}}\right[=\left]0;e^{\frac{3}{2}}\right[$ $S=\left]0;e^{\frac{3}{2}}\right[$

- **استنتاج إشارة $h'(x)$:**
- **إشارة** $h'(x)$ من إشارة $3-2\ln(x)$.

x	0		$e^{\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$h'(x)$	||	$+$	0	$-$	

5- جدول تغيرات الدالة h :

$$h\left(e^{\frac{3}{2}}\right)=3\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)-\left(\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)\right)^2=3\times\frac{3}{2}-\frac{9}{4}=\frac{9}{4}$$

x	0		$e^{\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$h'(x)$	||	$+$	0	$-$	
$h(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{9}{4}$	$\searrow$	$-\infty$

6- حل المعادلة $h(x)=0$:

$h(x)=0 \Leftrightarrow 3\ln(x)-(\ln(x))^2=0$ ومنه $\ln(x)(3-\ln(x))=0$

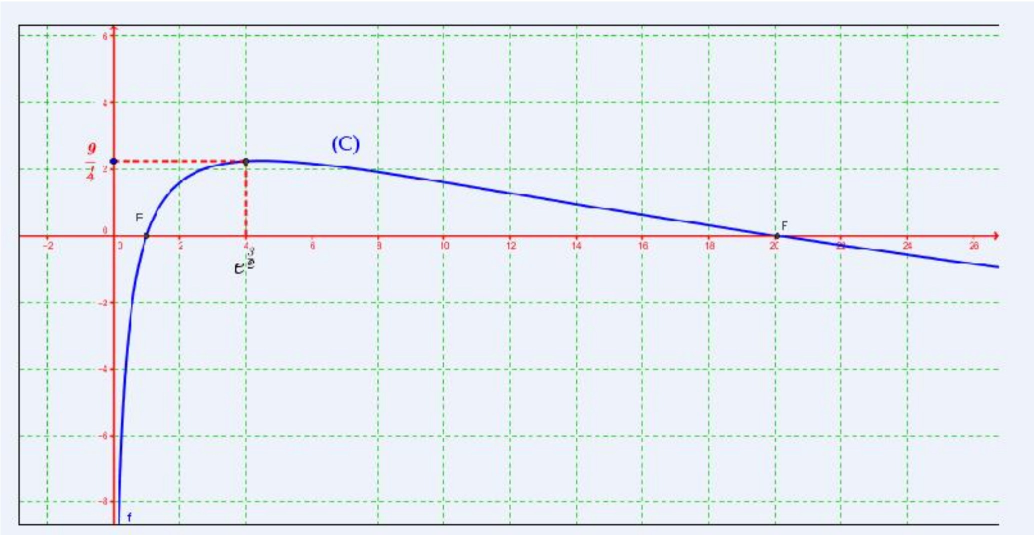
- **إما :** $\ln(x)=0$ ومنه $x=1$.
- **أو** $3-\ln(x)=0$ يعني $\ln(x)=3$ ومنه $x=e^3$

مجموعة حلول المعادلة $h(x)=0$: $S=\{1;e^3\}$

- **التفسير الهندسي لحلول المعادلة** $h(x)=0$ **:**

المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين : $E(1;0)$ و $F(e^3;0)$

7- الرسم :



❀ انتهى تصحيح الاختبار الأول ☺

✌ بالتوفيق في البكالوريا 2015 ☺