

التمرين الأول : (4 نقاط)

لتكن دالة  $f$  معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  والتي تحقق الشرطين التاليين :

من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم :  $f'(x) = 2f(x) - [f(x)]^2$  و  $f(0) = 1$  (ب) كما يلي :  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

1- أحسب  $g'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$  ثم بين أن الدالة  $g$  حل للمعادلة التفاضلية : (E')  $y' = -2y + 1$

2- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التفاضلية (E').

3- استنتج الدالة  $f$ .

التمرين الثاني : (5 نقاط)

المنحنى  $(C_f)$  أسفله هو التمثيل البياني لدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  وتقبل النقطة  $A$  ذات الفاصلة  $\frac{1}{2}$  كنقطة حدية ( انظر الشكل 1)

و  $(d)$  مماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(0,3)$

بقراءة بيانية :

1. أ) جد نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  ثم عند  $-\infty$ .

ب) حدد إشارة الدالة  $f(x)$  ثم إشارة الدالة المشتقة  $f'(x)$ .

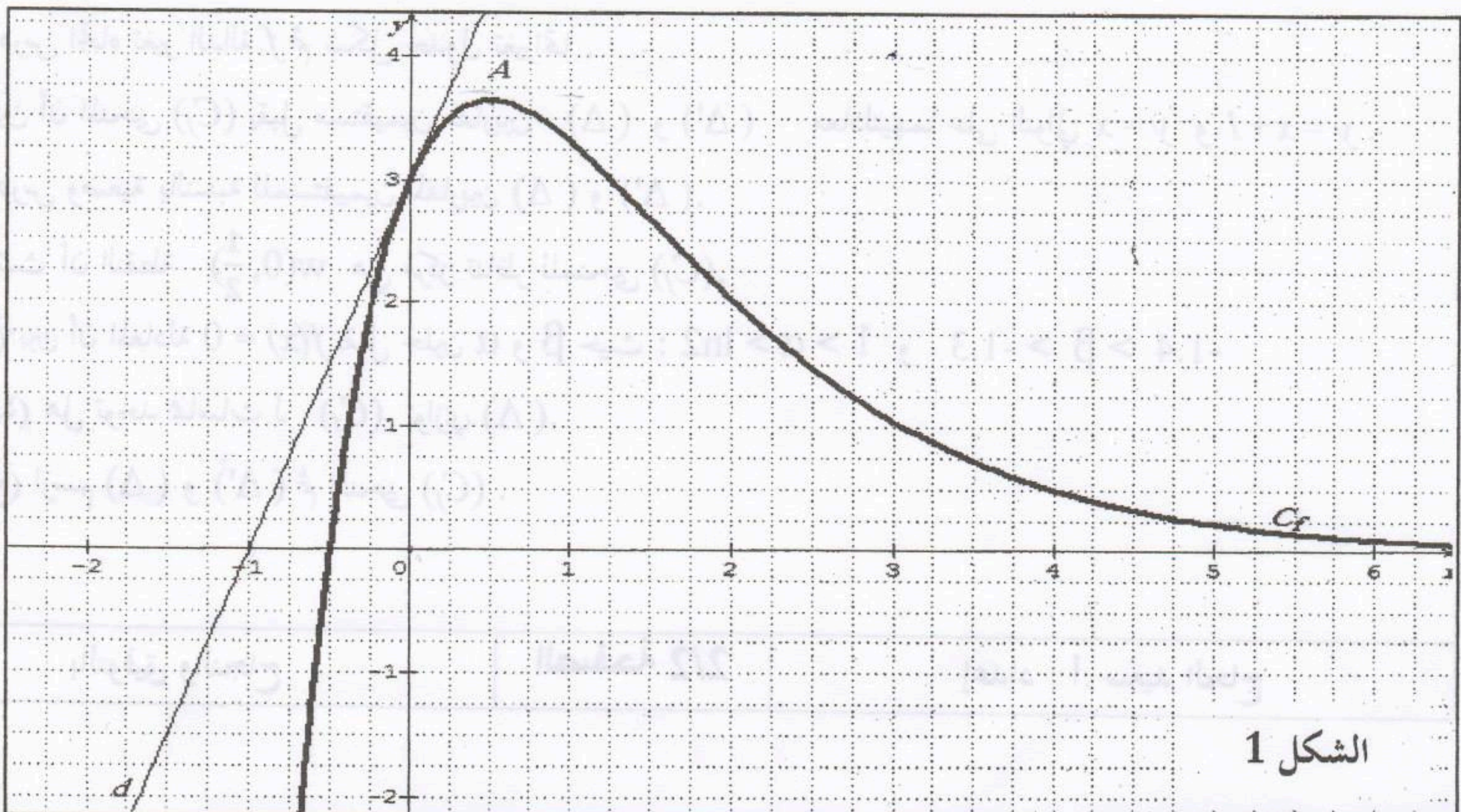
ج) عين  $f(0)$  و  $f'(0)$  و  $f'(\frac{1}{2})$

2. بالاستعانة بنتيجة السؤال الأول عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث :  $f(x) = (ax+b)e^{-x}$

لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $h(x) = [f(x)]^2$

أ) أحسب  $h'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$  ثم استنتج إشارة  $h'(x)$ .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $h$ .



الشكل 1

### التمرين الثالث: (4 نقاط)

حدد الجواب الصحيح الوحيد مع التبرير.

1. مجموعة حلول المعادلة:  $e^{2x} - 3e^x - 4$  تقبل على  $\mathbb{R}$ :

(أ) ليس لها حل (ب) حلا واحدا (ج) حلين .

2. نهاية  $(x - \sqrt{x^2 - 1})$  عند  $+\infty$  هي :

(أ)  $\frac{1}{2}$  (ب) 1 (ج) 0 (د)  $-\frac{1}{2}$

3. المعادلة التفاضلية:  $y=2y'-1$  تقبل كمجموعة حلول :

(أ)  $f(x)=Ce^{2x} - 1$  (ب)  $f(x)=Ce^{\frac{1}{2}x} + 1$  (ج)  $f(x)=Ce^{\frac{1}{2}x} - 1$  (د)  $f(x)=Ce^{2x} + \frac{1}{2}$

4. نهاية الدالة:  $\frac{2e^x-1}{e^x+2}$  عند  $+\infty$  هي :

(أ)  $-\frac{1}{2}$  (ب) 1 (ج) 2 (د)  $+\infty$

5. دالة معرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ :  $f(x) = \frac{3x^2-5x}{x-5}$

(أ) نهاية الدالة هي:  $-\infty$  لما  $x$  يؤول إلى 5 (ب) نهاية الدالة هي: 0 لما  $x$  يؤول  $+\infty$

(ج) من أجل من  $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ :  $f(x) = 3x + 10 + \frac{50}{x-5}$  (د) المستقيمان اللذان معادلتاهما  $y = 5$  و

$y = 3x + 10$  مقاربان للمنحنى البياني.

### التمرين الرابع: (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ  $(C_f)$  إلى تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس . ( الوحدة: 2cm )

1. (أ) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  ثم عند  $-\infty$

(ب) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند 0 ثم فسر هندسيا النتيجة .

2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتيهما على التوالي  $y = x + 1$  و  $y = x$  .

4. أدرس وضعية بالنسبة للمستقيمين المقاربين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  .

5. أثبت أن النقطة  $w(0, \frac{1}{2})$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$  .

6. (أ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $1 > \alpha > \ln 2$  و  $-1.3 > \beta > -1.4$

(ب) هل توجد مماسات لـ  $(C_f)$  توازي  $(\Delta)$  .

(ج) ارسم  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  ثم المنحنى  $(C_f)$  .