الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي — امتحان البكالوريا التجريبية

الشعبة : علوم تجريبية — دورة ماي 2016

ثانويات : البياضة الجديدة – حميداتو أحمد – حساني عبد الكريم – داسي خليفة – دوار الماء – كركوبية خليفة – لبامة – لقرع محمد الضيف – سيدي عون – شعباني عباس – علي حنكة – العقلة – هواري بومدين.

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : 3 ساعات و 30 دقيقة

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط : $A(0,-2,2)$ ، $B(3,1,5)$ ، $C(3,-2,-1)$ و $E(-3,4,-1)$.

1- حدد طبيعة المثلث ABC.

2- اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي له.

3- نعتبر المستوي (Q) تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t+\alpha \\ y=2t-2 \\ z=t+\alpha+2 \end{cases}$ $t,\alpha\in\mathbb{R}$

أ) تحقق أن النقطة A تنتمي للمستوي (Q)

ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1,0,-1)$ ناظمي للمستوي (Q).

4- عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q).

5- بين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوي (ABC) .

6- أ) احسب حجم رباعي الوجوه $EABC$ ، ثم عين قيسا للزاوية BEC.

ب)احسب مساحة المثلث BEC ، ثم استنتج بعد النقطة A عن المستوي (BEC).

التمرين الثاني : (03.5 نقطة)

(U_n) متتالية معرفة بـ : $U_0=-6$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+2n-1$

1- أ) برهن من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$ أن : $U_n>0$

ب) أكتب U_n بدلالة U_{n-1} ، ثم استنتج من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$ أن : $U_n>2n-3$

جـ) احسب نهاية المتتالية (U_n).

2- (V_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n=U_n-4n+10$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية احسب أساسها و حدها الأول.

ب) أثبت من أجل كل عدد طبيعي n أن : $U_n=2^{2-n}+4n-10$

جـ) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=U_0+U_1+.......+U_n$

التمرين الثالث: (05 نقط)

1- $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

أ) احسب $P(-1)$ ، ثم عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون : $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر النقط A، B، C و G لواحقها على الترتيب

$z_A=-1$ ، $z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $z_C=2-i\sqrt{3}$ و $z_G=3$

أ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا.

ب)احسب الأطوال AB، AC و BC ، ثم عين طبيعة المثلث ABC.

3- أ) اكتب $\dfrac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج أن A صورة G بتحويل نقطي يطلب تعيينه.

ب) جد مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACG.

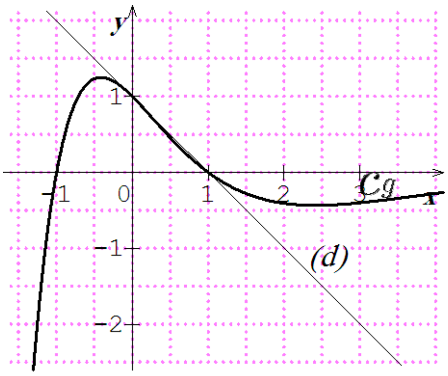
4- أ) بين أن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,-1),(B,2),(C,2)\}$.

ب) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left\|-\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}+2\overrightarrow{CM}\right\|=\left\|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|$

5- أنشئ النقطة H لاحقتها $z_H=1+e^{i\frac{\pi}{6}}$ دون حساب ، ثم عين بطريقة هندسية عمدة للعدد المركب z_H .

التمرين الرابع : (06.5 نقطة)

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(1+ax^2)e^{bx}$ حيث a و b عددان حقيقيان ، C_g تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ و (d) مماس C_g في النقطة فاصلتها 0 ، (أنظر الشكل المقابل)



1- بقراءة بيانية احسب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

2- اكتب معادلة للمماس (d).

3- باستعمال المعطيات السابقة بين أن : $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1+x)^2e^{-x}$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1- احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) اكتب معادلة لـ : (Δ) مماس C_f عند النقطة فاصلتها 0.

4- أ) أنشئ C_f و (Δ).

ب) عين قيم الوسيط m حتى يكون للمعادلة : $f(x)=m$ حل سالب.

5- h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(x^2)-1$

- دون كتابة عبارة الدالة h احسب $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقط)

1- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب :

$z_A = 1+3i$ ، $z_B = 2+4i$ ، $z_C = 1+z_A$

أ) اكتب $z_B - z_A$ على الشكل الأسي .

ب) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

2- أ) اكتب العبارة المركبة للتحاكي T الذي مركزه G و نسبته 2-

ب) عين احداثي النقطة H سابقة النقطة C بالتحويل T ، ثم تحقق أن H منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

3- (γ) مجموعة النقط M لاحقتها z حيث : $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k يتغير في $\mathbb{R}_+$.

أ) عين قيسا للزاوية الموجهة $\left(\vec{u},\overrightarrow{AB}\right)$

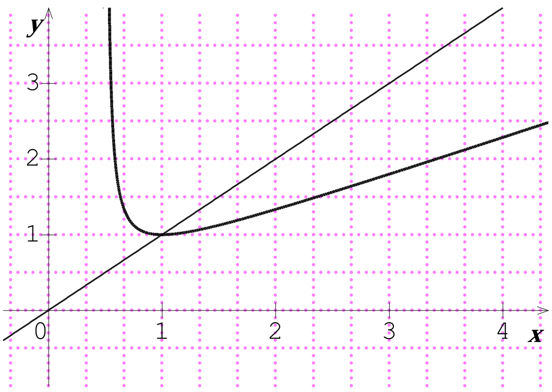
ب) تحقق أن المجموعة (γ) هي نصف المستقيم $[AB)$.

4- بين أن : $\dfrac{z_C - z}{z_B - z_A} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{-i\frac{\pi}{4}} - k\right)$ ، ثم تحقق أن النقطة H تنتمي إلى (γ).

- استنتج أن المستقيمين (AB) و (CH) متعامدان.

التمرين الثاني: (04 نقط)

(U_n) متتالية معرفة بـ : $U_0 = 4$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \dfrac{U_n^{\,2}}{2U_n - 1}$



f دالة معرفة على $\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$ بـ : $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-1}$ ، C_f تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم معادلته : $y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (أنظر الشكل المقابل)

1- أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 دون حسابها.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

2- برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن : $U_n \geq 1$

3- (V_n) متتالية معرفة من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ بـ : $V_n = \ln\left(1 - \dfrac{1}{U_n}\right)$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية احسب أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج أن : $U_n = \dfrac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$.

جـ) تحقق من صحة تخمينك السابق ، فيما يخص اتجاه التغير و التقارب.

التمرين الثالث : (05 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر المستقيم (Δ) المار بالنقطة $A(-3,-1,-3)$

و $\vec{u}(2,-2,-1)$ شعاع توجيه له ، و المستقيم (d) تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = t+3 \\ y = 2t+2 \\ z = -2t+3 \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R}$

1- أ) تحقق أن النقطة $B(3,2,3)$ تنتمي للمستقيم (d) .

ب) بين أن المستقيمين (Δ) و (d) متعامدين ، و ليسا من نفس المستوي.

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي الذي يحوي (Δ) و يوازي (d).

2- (S) سطح كرة مركزها $C(-1,0,-1)$ و نصف قطرها 6. و (P) مستو معادلته : $2x+y+2z+13=0$

أ) أثبت أن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها A ، يطلب تعيين نصف قطرها. .

ب) بين أن المستقيم (d) مماس لسطح الكرة في النقطة B .

3- أ) احسب AB ، ثم استنتج أن النقطة C تنتمي للقطعة المستقيمة $[AB]$.

ب) عين مستقيما عموديا على كل من المستقيمين (Δ) و (d).

التمرين الرابع: (07 نقط)

I - g و h دالتان معرفتان على $D=]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- استنتج حسب قيم x من D إشارة $g(x)$.

3- أ) تحقق من أجل كل x من D أن : $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$

ب) أثبت من أجل كل x من D أن : $(x-1)\ln x \geq 0$ ، ثم استنتج أن : $h(x)>0$

II - f دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=1+x\ln(x)-(\ln x)^2$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا.

2- بين من أجل كل x من D أن : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ ، ادرس اتجاه تغير الدالة f $]0,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس C_f عند النقطة $A(1,1)$.

ب) بين من أجل كل x من D أن : $f(x)-x=(-1+\ln x)g(x)$

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى C_f و المماس (Δ) ، هل أن A نقطة انعطاف للمنحنى C_f ؟

4- أنشئ C_f و (Δ). (تعطى فاصلة نقطة تقاطع C_f مع حامل محور الفواصل $x_0 \simeq 0.5$)

5- أ) بين أن الدالة : $x \mapsto \left(\dfrac{x^2}{2}+2x\right)\ln(x)-\dfrac{x^2}{4}-x-x\left(\ln(x)\right)^2$ دالة أصلية للدالة f على $]0,+\infty[$

ب) احسب التكامل : $\int_1^e \left(x-f(x)\right)dx$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.