

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الاول

التمرين الاول : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

النقطة $A(1, -1, 3)$ و ليكن (P) المستوى ذو المعادلة : $x - y + 3z = 0$

1. أ- تحقق من أن : $t \in R$ ، $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) .

ب . حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A

جـ. تحقق من أن المستوى (P) يوازي المستوى (Q)

2. نعتبر سطح الكرة (S) المماسة للمستوى (Q) في النقطة A و التي يقطعها المستوى (P)

وفق الدائرة (c) التي مركزها O و نصف قطرها $r = \sqrt{33}$

أ. بين ان $\omega(a, b, c)$ مركز سطح الكرة (S) ينتمي الى (OA) ثم استنتج ان $b = -a$ و $c = 3a$

ب. بين ان : $\omega A^2 - \omega O^2 = 33$ ثم استنتج ان $a - b + 3c = -11$

جـ. استنتج احداثيات ω مركز سطح الكرة (S) ثم بين أن نصف قطرها $R = 2\sqrt{11}$

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

ليكن $p(z)$ كثير حدود المعرف من اجل كل عدد مركب z :

1. أ. احسب $p(1)$

ب. عيّن العددين الحقيقيين a ، b بحيث : $p(z) = (z - 1)(z^2 + az + b)$

ثم حل في \mathbb{C} المعادلة $p(z) = 0$

2 في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقط A ، B و C

صور الاعداد المركبة : $z_A = 1$ ، $z_B = 1 + \sqrt{3} - i$ ، $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

أ. أكتب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب. نعتبر النقطة ω صورة العدد $1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ بين أن ω مركز الدائرة (c) المحيطة بالمثلث ABC .

ج. حدد (E) مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $\left| \frac{z_C - z}{z_B - z} \right| = 1$

د. أحسب $\cos \theta$ حيث $\theta = (\overrightarrow{\omega A}, \overrightarrow{\omega B})$

و. استنتج في المستوي المركب عبارة الدوران R الذي مركزه ω و يحول A الى B

هـ. عين (c') صورة (c) بالتحويل R

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2$

1 أحسب u_3 ، u_2 ، u_1

2. أ. بين انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$: $u_n \geq 0$

ب. استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 5$: $u_n \geq n - 3$

ج. استنتج نهاية المتتالية (u_n)

3- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ : $v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2}$

أ. احسب v_1 ، v_0

ب. بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد اساسها.

ج. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{25}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$

د. بين أن المتتالية (u_n) متباعدة .

3- احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الرابع : (07.5 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = 2 - x(1 + \ln 2 - \ln x)$

1. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2. استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = 2 - x - x \ln x$ و $f(0) = 2$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم استنتج أن f مستمرة عند 0 عن اليمين .

ب- أحسب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - 2}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

2- أ. أحسب نهاية الدالة $f(x)$ عن $+\infty$.

ب. احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f على المجال $]0, +\infty[$ ثم أدرس اشارته .

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (c_f) عند النقطة التي فاصلتها 2 .

ب. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (c_f) و المستقيم (Δ) .

4. انشئ (Δ) و المنحنى (c_f) .

5 تعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $h(x) = x^2 \ln x$

أ. احسب $h'(x)$ مشتق الدالة h

ب. استنتج دالة اصلية على المجال $]0, +\infty[$ للدالة $x \rightarrow x \ln x + \frac{x}{2}$.

ج. α عدد حقيقي حيث $0 < \alpha < 1$. احسب المساحة للحيز المستوى المحدد بالمنحنى و المستقيمتان التي

معادلتها : $x = 1$ ، $x = \alpha$ ، $y = 0$.

د. أحسب $\lim_{\alpha \rightarrow 0} A(\alpha)$ ، أعط تفسيراً لهذه النتيجة .

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (03.5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$$C(7,1,-3) ، A(3,0,0) ، A(-1,0,3)$$

و ليكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

1.أ- بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا .

ب . بين أن $\vec{n}(-1,0,3)$ شعاع ناظمي للمستوى (ABC)

جـ. استنتج معادلة ديكرتية للمستوى (ABC)

2. بين أن المجموعة (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها .

3. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة Ω و يعامد (ABC) .

4. بين ان المستقيم (Δ) يقطع سطح كرة (S) في نقطتين يطلب تعيين احداثيات كل منهما .

التمرين الثاني : (05 نقاط) :

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها

$$z_A = 2 ، z_B = 1 + i\sqrt{3} ، z_C = \overline{z_B} \text{ على الترتيب .}$$

1- أ. أكتب z_B ، z_C على الشكل الاسي

ب. علم النقط A ، B ، C

2- عين طبيعة الرباعي $OBAC$

3- لتكن (D) مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $|z| = |z - 2|$ عين و ارسم المجموعة (D)

II- تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z حيث $z \neq z_A$ ، النقطة M' ذات اللاحقة z'

$$\text{حيث : } z' = \frac{-4}{z-2}$$

1. أ- حل في \mathbb{C} المعادلة : $z' = z$

ب- استنتج صورتين النقطيتين B ، C بواسطة التحويل f .

ج- لتكن G مركز ثقل المثلث OAB . عين لاحقة النقطة G' صورة النقطة G بواسطة التحويل f

$$2. \text{ أثبت أن : } |z' - 2| = \frac{2|z|}{|z-2|}$$

3. بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (D) ، فان النقطة M' تمسح دائرة (T) يطلب تعيين مركزها

و نصف قطرها ، ارسم الدائرة (T) .

التمرين الثالث : (03.5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$

1. أ. أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 (أكتب النتائج على شكل كسر غير قابل للاختزال)

ب. بين بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{n}{n+1}$

2- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة N^* بـ $v_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

أ • أثبت أن : $v_1 + v_2 + v_3 = -\ln 4$

ب • بين انه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_{n+1} - v_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n^2+2n}\right)$

ج • استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n) .

3- احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، ثم عين نهاية S_n

التمرين الرابع : (08 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

I- نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1. بين أنه من أجل كل x من R : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$

2. بين ان العدد $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ هو قيمة حدية صغرى للدالة g

3. استنتج حسب قيم x من R : $g(x) > 0$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) و $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1.أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

2- أ. بين أنه من أجل كل x من R : $f'(x) = g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3-أ. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

4-أ. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

ب. بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$.

ج. انشئ (T) و (Δ) والمنحنى (C_f) .

5- أ. باستعمال الكاملة بالتجزئة ، اثبت أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$

ب. لتكن A المساحة **(بالسنتمتر المربع)** للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (T) و المستقيمين

الذين معادلتهما ، $x = \frac{1}{2}$ ، $x = 0$ ،

- بين أن : $A = (6 - 2e)cm^2$

