

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات و نصف

ثانوية وادي الجمعة

### على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين:

#### الموضوع الاول

#### التمرين الاول:

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O; I; J; K)$ . نعتبر النقط  $A(-2; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; -2)$  و  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$

1- أ- بين ان النقط  $A, B, C$  تعين مستوي نرسم له بالرمز  $(Q)$

ب- اكتب معادلة ديكرتية للمستوي  $(Q)$

2-  $(P)$  المستوي الذي يشمل  $I$  و يعامد الشعاع  $\overrightarrow{AB}$

أ- اكتب معادلة ديكرتية للمستوي  $(P)$ , ماذا يمثل المستوي  $(P)$

ب- بين ان المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  يشمل النقطة  $C$  و ان الشعاع  $\vec{U} = \vec{I} + \vec{J} - 2\vec{K}$  شعاع توجيه له ثم

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$

3- أ- بين ان الشعاعين  $\vec{AI}$  و  $\vec{CI}$  متعامدان

ب- استنتج المسافة بين النقطة  $A$  و المستقيم  $(\Delta)$

4- أ- تحقق ان الرباعي  $OAIC$  هو رباعي وجوه

ب- احسب المسافة  $d(O; (Q))$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $OAIC$

#### التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة من اجل كل عدد طبيعي  $n$  ب:  $U_0 = 2$  و  $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}n + 1$

1- احسب الحدود  $U_1; U_2; U_3$  ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$

2- أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $U_n \leq n + 3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$

ج- استنتج ان  $(U_n)$  محدودة من الاسفل. هل يمكن القول ان  $(U_n)$  متقاربة؟

3- نعتبر المتتالية  $(V_n)$  المعرفة من اجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة:  $V_n = U_n - n$

أ- بين ان المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ب- عبر عن  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(U_n)$

ج- احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

4- ا- لتكن المتتالية  $(T_n)$  المعرفة من اجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة:  $T_n = \ln(V_n)$

ب- برهن ان المتتالية  $(T_n)$  حسابية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ج- احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $A_n = T_0 + T_1 + T_2 + \dots + T_n$  ثم استنتج الجداء:  $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$

### التمرين الثالث:

المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس (O; U; V) (وحدة الرسم 4cm) لتكن النقطة A ذات الاحقة  $Z_A = i$

$$Z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$$
 و B ذات الاحقة

1- ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته  $\frac{2\pi}{3}$ . نسمي C صورة النقطة B بالدوران R

أ- اكتب العبارة المركبة للتحويل R

ب- احسب لاحقة النقطة C  $Z_C$

ج- اكتب  $Z_B$  و  $Z_C$  على الشكل الجبري

د- انشئ النقط A; B; C

2- لتكن D مرجح الجملة  $\{(A, 2); (B, -1); (C, 2)\}$

أ- عين  $Z_D$  لاحقة النقطة D ثم انشئها

ب- بين ان النقط A, B, C و D تنتمي الى نفس الدائرة

3- ليكن h التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2. نسمي E صورة النقطة D بواسطة التحاكي h

أ- بين ان لاحقة النقطة E هي:  $Z_E = \sqrt{3}$

ب- اكتب العبارة المركبة للتحويل h

4- احسب النسبة  $\frac{Z_D - Z_C}{Z_E - Z_C}$  و اكتب النتيجة على الشكل الاسي

ب- استنتج طبيعة المثلث CDE

### التمرين الرابع:

f الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$  ب:  $f(x) = x + 2 - 2\ln|2x + 1|$  و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O; I; J)

1- 1- احسب كلا من  $f(-4)$ ,  $f\left(-\frac{5}{4}\right)$ ,  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ,  $f(3)$

ب- احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

ج- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

د- بين ان (C) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a حيث:  $-\frac{5}{4} < a < -1$

2- 2- الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$  ب:  $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - \ln(2x + 1)^2$  و (Γ) تمثيلها البياني

أ- اثبت ان (Γ) يقبل المستقيم ذو المعادلة:  $y = -\frac{1}{2}$  كمحور تناظر له

ب- انشئ (Γ) باستعمال (C)

ج- عين معادلة المستقيم (D) المماس ل (Γ) و الذي معامل توجيهه 1

ح- ناقش بياني و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة:  $g(x) = x + m$

3- باستعمال المكاملة بالتجزئة جد دالة اصلية للدالة  $\ln(2x + 1)$  على المجال  $h: \rightarrow \ln(2x + 1)$  و التي تنعدم عند 0

ت-  $\beta$  عدد حقيقي حيث:  $-\frac{1}{2} < \beta < \frac{3}{2}$  احسب مساحة الحيز المستوي  $A(\beta)$  المحدد ب (C) و المستقيمت  $x = \beta$ ,  $x = \frac{3}{2}$ ,  $y = 0$

ثم احسب  $A(\beta)$  عندما يؤول  $\beta$  الى  $-\frac{1}{2}$

## الموضوع الثاني

### التمرين الاول:

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O; I; J; K)$ . نعتبر النقط  $C(3; 2; 4), B(-3; -1; 7), A(2; 1; 3)$

1- بين ان النقط  $A; B; C$  تعين مستوي

2- ليكن  $(D)$  المستقيم الذي تمثيله الوسيطي  $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$  حيث:  $t \in \mathbb{R}$

أ- بين ان المستقيم  $(D)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$

ب- اكتب معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$

3- أ- لتكن  $H$  نقطة تقاطع  $(D)$  و المستوي  $(ABC)$

ب- بين ان  $H$  هي مرجح الجملة  $\{(A, -2); (B, -1); (C, 2)\}$

4- أ- عين طبيعة  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  التي تحقق:  $(\vec{MB} - \vec{MC}) \cdot (-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}) = 0$

ب- عين طبيعة  $(F)$  مجموعة النقط  $M$  التي تحقق:  $\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$  و حدد عناصرها المميزة

ج- ادرس تقاطع المجموعتان  $(E)$  و  $(F)$

### التمرين الثاني:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0; 2]$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

1- أ- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0; 2]$

ب- انشئ  $(C)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد و متجانس  $(O; I; J)$  الوحدة على المحورين  $4cm$

ج- برهن انه من اجل كل  $x \in [0; 2]$  فان  $f(x) \in [0; 2]$

2- أ- نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة ب:  $U_0 = 0$  و من اجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $U_{n+1} = f(U_n)$

ب- مثل ثلاثة حدود الاولى من المتتالية  $(U_n)$  على محور الفواصل و ذلك بالاستعانة بالمنحني  $(C)$  و المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة

$$y = x$$

ج- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  و تقاربها

3- أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$  و  $U_n < U_{n+1}$

ب- هل المتتالية  $(U_n)$  متقاربة؟ علل.

4- أ- تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{2-\sqrt{3}}{U_{n+2}}(U_n - \sqrt{3})$

ب- عين عددا حقيقيا  $k$  من  $]0; 1[$  بحيث:  $|U_{n+1} - \sqrt{3}| \leq k|U_n - \sqrt{3}|$

5- أ- بين انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $|U_n - \sqrt{3}| \leq k^n |U_0 - \sqrt{3}|$

ب- استنتج نهاية المتتالية  $(U_n)$

### التمرين الثالث:

- 1- حل في مجموعة الاعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول المركب  $Z$  التالية:  $(z - 2)(z^2 + 2z + 4) = 0$
- 2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; U; V)$  النقط:  $C$  و  $A, B$  التي لواحقها على الترتيب:

$$z_A = -1 + i\sqrt{3}; z_B = -1 - i\sqrt{3}; z_C = 2$$

- أ- بين ان:  $e^{i\frac{\pi}{3}} = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$
- ب- عين لاحقة المركز و نصف قطر الدائرة  $(C)$  المحيطة بالمثلث  $ABC$  ثم ارسمها
- 3- أ- عين الطبيعة و العناصر المميزة للمجموعة  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات الاحقة  $Z$  و التي تحقق:  
$$2(Z + \bar{Z}) + Z\bar{Z} = 0$$
  
ب- تحقق ان  $A$  و  $B$  تنتميان الى  $(\Gamma)$
- 4- أ- ليكن  $R$  الدوران الذي مركزه  $A$  و زاويته  $\frac{\pi}{3}$   
ب- عين لاحقة  $B'$  صورة النقطة  $B$  بالدوران  $R$   
ج- عين لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$   
د- عين صورة المجموعة  $(\Gamma)$  بالدوران  $R$

### التمرين الرابع:

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{2\}$  ب:  $f(x) = \frac{x}{x-2} + \frac{\ln(x-2)^2}{x-2}$   $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; I; J)$

حيث:  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$

- 1- احسب نهاية الدالة  $f$  عند حدود مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة هندسيا
- 2- أ- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها  
ب- بين ان المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $a$  حيث:  $a \in \left] \frac{5}{2}; \frac{9}{4} \right[$   
ج- ادرس الوضع النسبي ل  $(C)$  بالنسبة الى المستقيم ذو المعادلة  $y = 1$   
د- بين ان النقطة  $\omega(1; 2)$  مركز تناظر للمنحني  $(C)$
- 3- أ- احسب  $f(-1)$  و  $f(-2)$  ثم ارسم المنحني  $(C)$   
ب- ناقش بياني و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $(m - 1)x - 2m - \ln(x - 2)^2 = 0$
- 4- ليكن  $\theta$  عدد حقيقي اكبر من 3  
أ- احسب  $s(\theta)$  مساحة الحيز المحدد بالمنحني  $(C)$  و المستقيمت التي معادلاتها:  $x = \theta, y = 1$  و  $x = 3$   
ب- حل المعادلة ذات المجهول  $\theta$  التالية:  $s(\theta) = 24$

أساتذة المادة يتمنون لكم النجاح في شهادة البكالوريا