

امتحان التلاميذ الثاني في مادة الرياضيات

ملاحظة : التظيم والدقة في الإجابة تأخذ بعين الاعتبار
التمرين الأول : (7.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1, 3, -4)$ ، $B(1, 7, -2)$ و $C(2, 5, -2)$.

- بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.
- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC) .
- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

$$4. \text{ أ) بين أن التمثيل الوسيطى للمستقيم } (AC) \text{ هو } \begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=-6+2t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

ب) عين إحداثيات النقطة B' المسقط العمودي للنقطة B على (AC) ثم استنتج المسافة بين النقطة B والمستقيم (AC) .

- أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها B وتمس المستقيم (AC) .
- نعتبر المستوي $(P_\lambda): 2x - 2y - z + \lambda = 0$ حيث λ وسيط حقيقي - بين أنه توجد قيمتان لـ λ تجعلان (P_λ) مماسا لسطح الكرة (S) .

التمرين الثاني : (5.5 نقطة)

- حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية : $(z^2 + 4)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$
- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) النقط A ، B ، C و D التي لواحقتها على الترتيب : $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -2i$ ، $z_D = \overline{z_C}$ - بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
- برهن أن عبارة الدوران R الذي مركزه $\Omega(z_\Omega)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي : $z' - z_\Omega = e^{i\theta}(z - z_\Omega)$
- نعتبر النقطة E ذات اللاحقة : $z_E = -\sqrt{3} + i$

أ) - بين أن : $\frac{z_A - z_C}{z_E - z_C} = e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACE .

ب) - بين أن النقطة A هي صورة النقطة E بدوران R مركزه C يطلب تعيين وزاويته.

التمرين الثالث: (7 نقاط)

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{\ln x}{1 - \ln x} \quad ; x \in]0, e[\cup]e, +\infty[\\ f(0) = -1 \end{array} \right. \quad \text{لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة كما يلي :}$$

نسمى (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. (أ) بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ (يمكنك وضع $t = \ln(x)$) ثم أدرس استمرارية الدالة f على $]0, +\infty[$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

(ج) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

2. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، حيث $x \in]0, e[\cup]e, +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{1}{x(1 - \ln x)^2}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3. أحسب $f(4)$ وارسم (C_f) . نعطي $(e \approx 2.71)$.

4. نعتبر الدالة g المعرفة على $IR - \{-e, e\}$ بـ : $g(x) = f(|x|)$.

(أ) بين أن الدالة g زوجية.

(ب) اشرح كيف يمكن انشاء (C_g) انطلاقاً من (C_f) ثم أنشئ (C_g) .

بالتوفيق .