

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
الثانوية الجديدة :- عين الذهب- تيارت  
السنة الدراسية: 2016-2017  
الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: 3 ع ت

المدة: 3 ساعات

التمرين الأول: (04 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ،

لتكن  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  من الفضاء حيث:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$ .

(1) أثبت أن  $(S)$  سطح كرة يطلب تعيين مركزها  $\Omega$  و نصف قطرها  $R$ .

(2) ليكن  $(p)$  المستوي الذي معادلته:  $x - 2y + 2z + 2 = 0$ .

▪ أثبت أن  $(p)$  و  $(S)$  يتقاطعان وفق دائرة  $(c)$  يطلب تعيين مركزها  $w$  و نصف قطرها  $r$ .

(3) لتكن  $M(a, b, -1)$  نقطة من سطح الكرة  $(S)$  حيث  $a$  ،  $b$  عدنان حقيقيان ،

و ليكن  $(Q)$  المستوي الذي معادلته الديكارتيّة:  $(a-1)x + (b+2)y + z - a + 2b + 3 = 0$ .

▪ أثبت أن النقطة  $M$  تنتمي إلى  $(Q)$ .

▪ أثبت أن  $(Q)$  يمس  $(S)$  في النقطة  $M$ .

التمرين الثاني: (05 ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة  $(E)$  ذات المجهول المركب  $z$  حيث:  $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0 \dots (E)$ .

(1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(E)$ .

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، نعتبر النقط  $A, B, C$  و  $D$  لواحقتها

على الترتيب:  $z_A = -\sqrt{3} + i$  ،  $z_B = \overline{z_A}$  ،  $z_C = 2i$  ، و  $z_D = -z_A$ .

(أ) أكتب  $z_C$  و  $z_A$  على الشكل الأسّي ، ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد  $\frac{z_A}{z_C}$ .

(ب) استنتج طبيعة المثلث  $OAC$  ، ثم بين أن الرباعي  $OCAB$  معين.

(3) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(x, y)$  من المستوي ذات اللاهقة  $z$  حيث:  $z = |z_D|e^{i\theta}$  مع  $\theta \in \mathbb{R}$ .

(أ) عين طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  لما  $\theta$  يمسح  $R$ .

(ب) تحقق أن النقط  $A, B$  و  $C$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$  ثم استنتج طبيعة المثلثين  $ACD$  و  $ABD$ .

### التمرين الثالث: (04ن)

نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على المجال  $[-1,1]$  بـ:  $h(x) = x\sqrt{1-x^2}$  ، و ليكن  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أدرس النهاية:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x) - h(1)}{x - 1}$  . ماذا تستنتج بالنسبة إلى المنحنى  $(C_h)$  ؟.

(2) أدرس شفعية الدالة  $h$  . فسر النتيجة هندسيا.

(3) أ) عين اتجاه تغير الدالة  $h$  على المجال  $[0,1]$  .

ب) استنتج اتجاه تغير  $h$  على المجال  $[-1,0]$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) ارسم المنحنى  $(C_h)$  .

### التمرين الرابع: (07ن)

(I) لتكن  $g$  دالة معرفة على  $R$  بـ:  $g(x) = x + \frac{1}{2}e^{-2x}$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $R$  .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $R$  حيث:  $f(x) = \ln\left(x + \frac{1}{2}e^{-2x}\right)$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ) أدرس تغيرات الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها .

ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $xe^{2x} + \frac{1}{2} > 0$  ، ثم استنتج أن:  $f(x) = -2x + \ln\left(xe^{2x} + \frac{1}{2}\right)$

ب) أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -2x - \ln 2$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$  .

ج) أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

(3) أرسم  $(\Delta)$  و منحنى الدالة  $x \mapsto \ln x$  ثم  $(C_f)$  .