

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(3;2;1)$ ، $B(3;5;4)$ و $C(0;5;1)$

- 1/ بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.
- 2/ تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) . ثم استنتج معادلة ديكرتية له.
- 3/ أ) عين احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .
ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G و يعامد المستوي (ABC) .
ج) نعتبر النقطة $S(2+t;4+t;2-t)$ حيث t عدد حقيقي . عين العدد t حتى يكون $AS^2 = AB^2$.
د) عين طبيعة الرباعي الوجوه $FABC$ حيث $F(4;6;0)$. ثم أحسب حجمه V .
- 4/ بين أن المستقيمين (FA) و (BC) متعامدين .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على ست كرات حمراء، أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنتان تحملان الرقم 2 . و ثمان كرات خضراء، خمسة منها تحمل الرقم 1 و ثلاثة تحمل الرقم 2 . لا يمكن التمييز بينهما عند اللمس
نسحب كرتين من الكيس في آن واحد
ليكن الحدثان : A "سحب كرتين من نفس اللون" و B "سحب كرتين تحملان نفس الرقم"

1/ بين أن: $P(A) = \frac{43}{91}$

2/ أحسب $P(B)$

3/ علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون، ما هو احتمال أن تحملان نفس الرقم

4/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة

أ) حدد قيم X

(ب) حدد قانون الاحتمال X .

(ج) أحسب الأمل الرياضي و تباين و الانحراف المعياري .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z التالية: $Z^2 - 2Z + 4 = 0$.

2/ استنتج حلي المعادلة التالية : $(Z+2+2i\sqrt{3})^2 - 2Z - 4i\sqrt{3} = 0$ حيث Z مرافق Z .

3/ في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط $D; C; B; A$ التي لواحتها على الترتيب

هي : $Z_D = -1 - i\sqrt{3}$; $Z_C = -1 + i\sqrt{3}$; $Z_B = -1 + 3i\sqrt{3}$; $Z_A = -1 + i\sqrt{3}$.

(أ) ماهي طبيعة المثلث ABD ؟

(ب) حدد العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{6}$ ونسبته $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(ج) عين Z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة C بالتشابه S .

(د) أحسب العدد المركب $\frac{Z_B - Z_E}{Z_A - Z_E}$ و استنتج طبيعة الرباعي $ABED$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1/ (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، مبينا المستقيمات المقاربة ل (C_f) .

(ب) أدرس اتجاه تغيير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2/ أرسم (C_f) حيث الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $2cm$ على محور الترتيب .

3/ m عدد حقيقي موجب تماما و لتكن A النقطة من (C_f) ذات الفاصلة m و مماس (T_m) في النقطة A .

(أ) أكتب بدلالة m معادلة المماس (T_m) .

(ب) عين قيم m التي من أجلها (T_m) يشمل المبدأ O .

(ج) أكتب معادلة كل مماس من أجل قيم m المحصل عليها ، ثم أرسم كل مماس .

4/ أحسب بالسنتيمتر مربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل

و المستقيمين (d_1) ، (d_2) اللذين معادلتيهما $x = \frac{1}{e}$ ، $x = e$.

5/ نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي : $g(x) = \frac{(\ln|x|)^2}{x}$.

(أ) بين أن g فردية .

(ب) بين أنه يمكن رسم (Γ) منحنى الدالة g انطلاقا من (C_f) ، ثم أرسمه .

(ج) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و (Γ) و المستقيمين (d_1) و (d_2) .

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ يعتبر النقط A, B, C و شعاع \vec{n} معرفة ب : $A(3;4;1)$ ، $\vec{AC}(1;2;1)$ ، $\vec{BC}(-3;1;1)$ ، $\vec{n}(1;-4;7)$.

1/ أحسب $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ و حدد طبيعة المثلث ABC ثم أحسب مساحته .

2/ لتكن (P) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق $\vec{AM} \cdot \vec{n} = \alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$) .

أ) حدد الطبيعة والعناصر المميزة ل (P) .

ب) عين قيمة α حتى يشمل (P) النقط A, B و C .

3/ ليكن G مركز ثقل المثلث ABC

عين بدلالة t تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من النقطة G و العمودي على المستوي (ABC) .

4/ لتكن F نقطة كيفية من (Δ) و $V(t)$ حجم رباعي الوجوه $ABCF$

عين مجموعة النقط F بحيث $V(t) \leq 27$.

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بجدها الأول $u_1 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n$

1/ أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > 0$.

ب) أدرس اتجاه تغيير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

2/ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم كما يلي: $v_n = \frac{u_n}{n}$

أثبت أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

3/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n = \frac{n}{2^n}$.

4/ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = \ln x - x \ln 2$

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1/ حل في \mathbb{C} المعادلة $Z^2 = 2 + 2\sqrt{3}$ و أكتب الحلول على الشكل الأسّي .

2/ ينسب المستوي المركب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C لواحقها على الترتيب:

$$Z_C = -Z_A, Z_B = \overline{Z_A}, Z_A = \sqrt{3} + i$$

أحسب Z_D لاحقة النقطة D مرشح الجملة $\{(A; -1); (B; +1); (C; +1)\}$ محددًا طبيعة الرباعي $ABDC$.

3/ أحسب $\left(\frac{Z_A}{2}\right)^{1954} \cdot \left(\frac{Z_B}{2}\right)^{1962} \cdot \left(\frac{Z_C}{2}\right)^{2017}$

4 / أ) بين مجموعة النقط (Γ) معرفة ب : $(Z - Z_A)(\bar{Z} - Z_B) = Z_C \bar{Z}_C$ هي دائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة و حساب مساحتها.

ب) عين (Γ') صورة الدائرة (Γ) بالتحاكي h الذي مركزه A و نسبته 2 . ثم استنتج مساحة (Γ') .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = (2x+1)e^x - 1$.

1 / أدرس تغيرات الدالة g .

2 / أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

II. f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = x(e^x - 1)^2$.
نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 / أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2 / أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

3 / أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = (e^x - 1).g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4 / أ) أكتب معادلة ديكاربية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أرسم (T) ، (Δ) و (C_f) .

5 / ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$f(x) = mx$: (E) .

مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح

أستاذة الماوة : واني شريف