

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 ن)

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n}$.
 f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 6[$ بـ: $f(x) = \frac{9}{6-x}$. (C) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (أنظر الشكل أدناه)
 (أ) أعد رسم الشكل على الورقة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها موضحا خطوط الرسم وضع تخمينا حول اتجاه تغيرها و تقاربها
 (ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3$
 (ت) ادرس تغيرات الدالة وهل هي متقاربة.

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

- (أ) برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول
 (ب) أكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n
 (ت) احسب المجموع: $S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$

التمرين الثاني: (05 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; i; j; k)$ ولتكن النقط $A(0.1, -2); B(-1.0, -1); C(0, -5, -5)$

$$; D(6, -4, \frac{1}{2}). E(1, -4, -6)$$

1. بين أن ABC مثلث يطلب تعيين طبيعته واستنتج طبيعة الرباعي $ABCE$
 2. ليكن $n(-3; 1; -2)$ شعاع ناظمي لـ (ABC) . اكتب معادلة ديكارتية له
 3. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D وعمودي على (ABC) .
 4. لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على (ABC) .
 - عين احداثيات النقطة H واستنتج المسافة بين D و (ABC) .
 5. لتكن (S) سطح الكرة التي معادلتها: $x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 8y - z - \frac{15}{4} = 0$

- بين أن المستوي (ABC) مماسا لسطح الكرة في نقطة يطلب تحديدها

6. بين أن حجم الهرم $ABCE$ يساوي 28 وحدة حجم

التمرين الثالث: (04 ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j)$ ، النقط $D; C; B; A$ صور الأعداد المركبة

$$; z_D = 2 - 3i ; \quad z_C = 2 + 3i \quad ; \quad z_B = -2 - 4i ; \quad z_A = 2 + 4i$$

1. اكتب العدد المركب Z حيث $Z = z_A + z_D + 1$ على شكله الأسّي والمثلثي

2. أحسب العدد $\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^{2017}$

3. عين العدد z_F لاحقة النقطة F حيث $\frac{z_F - z_A}{z_F - z_B} = i$ واستنتج طبيعة المثلث AFC

4. عين مجموعة النقط M من المستوي صورة العدد المركب Z حيث: $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$

التمرين الرابع: (07 ن)

لتكن الدالة المعرفة \mathbb{R} على ب: $g(x) = 2e^x - x - 2$

1. ادرس تغيرات الدالة g

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1.6, -1.5[$

3. احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

لتكن f الدالة العددية المعرفة \mathbb{R} على ب: $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$. نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

معلم متعامد $(O; i; j)$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتيجة الأولى بيانيا

2. تحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = e^x g(x)$. ادرس إشارة f وشكل جدول تغيراتها

3. أنشئ (C)

4. باستعمال المكاملة بالتجزئة 'أثبت أن : $\int_{\lambda}^0 (x + 1)e^x dx = -\lambda e^{-\lambda}$ مع λ عدد حقيقي سالب

5. استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) وبمحور الفواصل والمستقيمين ذو المعادلتين : $x = \lambda$ و $x = 0$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; i; j; k)$. $A(6, -1, 4)$ و $B(1, -5, 6)$ نقطتان من الفضاء حيث

$$\Delta \text{ و } \begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 2 \\ z = 3t - 5 \end{cases} / t \in \mathbb{R} \text{ : مستقيم تمثيله الوسيطى}$$

1. بين أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ)
- ب . اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') الذي يشمل النقطة B ويوازي المستقيم (Δ)
- ج . بين أن الشعاع \overline{AB} عمودي على (Δ) و استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ')

1. ليكن المستوي (p) الذي يحوي (Δ) و (Δ')
- أثبت أن (p) معادلته $10x - 19y - 13z - 27 = 0$

$$2. \text{ ليكن المستوي } (q) \text{ الذي تمثيله الوسيطى : } \begin{cases} x = -2t + 4t' - \frac{9}{2} \\ y = 3t - 3t' + 6 \\ z = t + 4t' + 3 \end{cases} / t \in \mathbb{R} ; t' \in \mathbb{R}$$

أ . بين أن المستوي (q) هو المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

ب . تحقق أن المستويين (p) و (q) متعامدان و استنتج التمثيل الوسيطى لمستقيم تقاطعهما.

التمرين الثاني: (05 ن)

1. أ . عين الجذران التربيعيان للعدد المركب $z_1 = 3 + 4i$ حيث
- ب . حل في مجموعة الأعداد المركبة $(z^2 + 1)(z^2 - 3 - 4i) = 0$: المعادلة ذات المجهول المركبة z
2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) , نعتبر النقط A , B , C , D و E التي لواحقها على الترتيب $z_A = 2 + i$, $z_B = 2 - i$, $z_C = i$, $z_D = -i$ و $z_E = -3i$ على الترتيب
 - أ . أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي .
 - ب . استنتج طبيعة المثلث ABC
3. أ . عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحقق $S(C) = C$ و $S(A) = B$ محددًا نسبه وزاويته
 - ب . عين صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالتشابه S
 - ج . استنتج مساحة المثلث BCE بالتشابه S
4. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $iz = 1 + 2ie^{i\theta}$ لما θ يمسح المجموعة \mathbb{R}

التمرين الثالث: (04 ن)

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_{n+1} = e^{\frac{-1}{2}} \sqrt{u_n}$
 - أحسب كل من u_2 و u_3
2. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > \frac{1}{e}$.
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n: \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ واستنتج اتجاه تغير (u_n)
4. نضع من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln u_n$
 - أ. بين أن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$
 - ب. عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = e^{6(\frac{1}{2})^{n-1}}$
5. أحسب الجداء $p_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$:

التمرين الرابع: (07 ن)

- لتكن g دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $g(x) = 2 - \frac{3x}{x+1} - 1 = x$
1. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
 2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1 < \alpha < \sqrt{2}$ ثم استنتج إشارة g
- نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{-x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j)$
1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
 2. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f'(x) = \frac{g'(x)}{x^3}$ وشكل جدول تغيرات الدالة f
 3. بين أن (T) الذي معادلته $y = \frac{-x}{3}$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ وادرس وضعيته بالنسبة لـ (C_f)
 4. أنشئ (C_f) و (T) (نأخذ $\alpha \approx 1.4$)
 5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $mx^2 - \ln x = 0$

انتهى الموضوع الثاني