

نعتبر المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_0 = 3$  ,  $u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$  و  $v_n = \frac{7}{u_n}$

1. أحسب الحدود  $v_0, u_1, v_1, u_2, v_2$  .

2. برّر بالتراجع أن : من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ,  $u_n > 0$  و  $v_n > 0$  .

3. برهن أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ,  $u_{n+1} - v_{n+1} = \frac{1}{4u_{n+1}}(u_n - v_n)^2$  .

استنتج أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ,  $u_n - v_n \geq 0$  .

4. أثبت أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة والمتتالية  $(v_n)$  متزايدة .

5. أ - برهن أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ,  $u_n \geq \frac{21}{8}$  .

ب - برهن أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ,  $u_{n+1} - v_{n+1} \leq \frac{1}{10}(u_n - v_n)^2$  .

استنتج باستعمال البرهان بالتراجع أن : من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$   $u_n - v_n \leq \frac{1}{10^{2n-1}}$  .

6. استنتج أن المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  متجاورتان . ما هي نهايتهما المشتركة .

التمرين الثاني (10ن):

يحتوي كيس على 7 كريات منها 3 حمراء تحمل الأرقام  $\{1, 1, 2\}$  و 4 بيضاء تحمل الأرقام

$\{1, 1, 2, 3\}$  نسحب كرتين على التوالي وبدون إرجاع

ما احتمال الحوادث التالية :

A: الحصول على كرتين لهما نفس اللون. B: الحصول على كرتين مجموع رقميهما ثلاثة.

الحصول على كرتين لهما نفس اللون و مجموع رقميهما ثلاثة.

هل الحادثتان A و B مستقلتان.

علما أن الكرتين لهما نفس اللون ما احتمال أن يكون مجموع رقميهما ثلاثة.

علما أن الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما احتمال أن يكون لهما نفس اللون.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية مجموع الرقمين المحصل عليهما

عين قيم المتغير العشوائي , قانون الإحتمال , الأمل الرياضي.