

التمرين الاول :

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ: $u_0 = \frac{1}{5}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1}$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$.

2. (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < \frac{1}{2}$.

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n + 1}$ ثم بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متزايدة ، برر تقاربها .

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n + 1}$

(أ) اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 6$ يطلب تعيين حدها الاول

(ب) أحسب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن: $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$ ، أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

4. احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق U_1 علي 4كرات : كرتين حمراوتين و كرتين بيضاوتين

و يحتوي صندوق U_2 علي 5 كرات : ثلاثة حمراء و كرتين بيضاوتين

(كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها أثناء اللمس)

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 نسجل لونها و نضعها في الصندوق U_2 ثم نسحب من الصندوق U_2 كرتان علي التوالي دون ارجاع.

RR

1. انقل ثم اكمل شجرة الاحتمال الموضحة في الشكل .

R

RB

2. احسب احتمال الحوادث التالية :

BB

A احتمال سحب ثلاث كرات حمراء

RR

C احتمال سحب كرتان حمراوتان و كرة بيضاء

3. احتمال سحب كرة بيضاء من الصندوق U_1 علما اننا سجلنا سحب كرتان حمراوتان و كرة بيضاء.

B

RB

4. عند سحب كرة بيضاء نربح نقطتين و عند سحب كرة حمراء نخسر نقطة

BB

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقاط المحصل عليها

- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي و احسب امله الرياضي

التمرين الثالث:

(I) نعتبر في C كثير الحدود $P(z)$ المعرف بـ: $P(z) = z^3 + (2\sqrt{2} - 4)z^2 + (8 - 8\sqrt{2})z + 16\sqrt{2}$.

1. احسب $P(-2\sqrt{2})$ ماذا تستنتج؟

2. بين أن من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z + 2\sqrt{2})(z^2 - 4z + 8)$.

3. حل في المعادلة $P(z) = 0$.

(II) المستوي منسوب الي معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط A, B, C التي لواحقها

على الترتيب $z_C = -2\sqrt{2}$ ، $z_B = 2 - 2i$ ، $z_A = 2 + 2i$

1. علم النقط A, B, C .

2. اكتب كل من z_C, z_B, z_A علي الشكل الاسي، ثم استنتج ان النقط A, B, C تنتمي الي الدائرة (E) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

3. بين أن $\arg(\overline{OB}, \overline{AO}) = \frac{\pi}{2} + 2K\pi$ حيث $K \in \mathbb{Z}$

4. أ عين z_D لاحقة النقطه D حيث النقطه O منتصف القطعة $[BD]$

ت) بين أن: $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم استنتج وجود تحويل نقطي يحول النقطه D الي النقطه B يطلب تعيين عناصره المميزة.

ث) استنتج طبيعة المثلث ABD .

5. لتكن (E') مجموعة نقط M ذات الاحقة z حيث: $z = 2\sqrt{2}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي.

أ) تحقق أن النقطه D تنتمي الي المجموعة (E') .

ب) عين طبيعة مجموعة النقط (E') .

بالتوفيق