

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (3 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة والمستمرة على المجال $[0; 1]$ بحيث $f(0) = f(1)$ و p عدد طبيعي ثابت يحقق $p > 1$

$$\text{اثبت أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي } \alpha \text{ من المجال } [0; 1] \text{ يحقق: } f\left(\alpha + \frac{1}{p}\right) = f(\alpha)$$

التمرين الثاني: (17 نقطة)

(I) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

(1) أ) برر أن g مستمرة على \mathbb{R} .

ب) أحسب نهايتي $g(x)$ عند $-\infty$ و $+\infty$.

ج) أدرس اتجاه تغير g ثم انشيء جدول تغيراتها.

(2) أ) برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α في المجال $[2; 2,5]$ يحقق $g(\alpha) = 0$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$.

(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1; -1\}$ ب: $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

و (C_f) المنحني الممثل لها في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول هي 2cm)

(1) أحسب نهايات $f(x)$ عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسرها هندسيا.

(2) أ) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي $x \in D_f$ فان: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) تحقق أنه من اجل كل $x \in D_f$ فان: $f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2 - 1}$

ب) استنتج ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له بجوار كلا من $-\infty$ و $+\infty$.

ج) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

(4) أنشيء (C_f) و (Δ) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.