

التمرين الأول: 6 نقاط

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي :

1 - حلول المعادلة : $\ln^2(x) + \ln(x) - 6 = 0$ في \mathbb{R}_+ هي : $S = \{-3; 2\}$

2 - حلول المتراجحة : $2e^x + e^{-x} \leq 3$ في \mathbb{R} هي المجال : $[\ln(\frac{1}{2}); 0]$

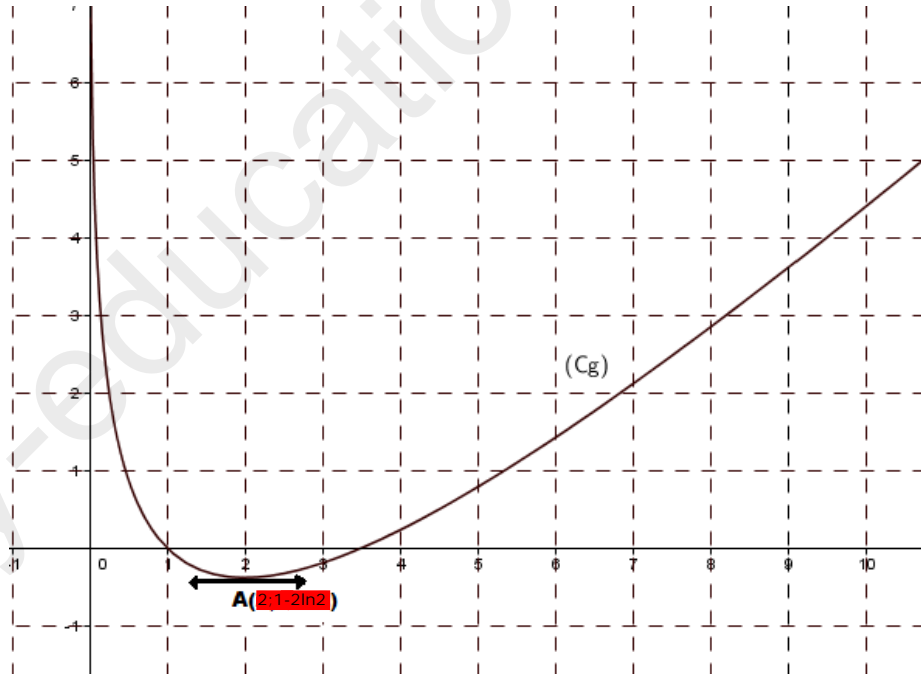
3 - الحل الخاص للمعادلة التفاضلية : $2y' - 5y + 4 = 0$ والذي يحقق : $y'(1) = 1$ هو :

$$y = 2e^{(\frac{5}{2}x - \frac{3}{2})} - 1$$

4 - إذا كان : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{4x^2-16} = l$ فان : $l = \frac{1}{16}$

التمرين الثاني: 14 نقاط

الجزء الأول : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بمنحنها البياني (C_g) كما هو مبين في الشكل الآتي



(C_g) يقبل مماساً أفقياً عند النقطة A

- نضع : $g(x) = ax + b + c \ln(x)$ حيث a, b, c أعداد حقيقية
عين بقراءة بيانية :

hamdi ahmed

$$g'(2) ; g(1) - (1)$$

ب- عين نهايتي الدالة g

(2) باستعمال المعطيات السابقة بين أن : $g(x) = x - 1 - 2\ln(x)$

(3) علل وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $]3, 6[$; $]3, 5[$ حل للمعادلة: $g(x) = 0$

(4) استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x^2 - x - x^2 \ln(x)$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) احسب نهايات الدالة f عند حدود أطراف مجموعة تعريفها

(2) أ) بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = -x \cdot g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن : $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{1-\alpha}{2\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$

(4) بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = e$ هي : $y = e^2 - (1 + e)x$.

(5) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f)

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :

$$x^2(1 - \ln(x)) - ex = m$$

انتهى

أساتذة المادة يتمنون التوفيق للجميع