

## إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات



10800 ثانية

يوم: 01 - 03 - 2020

ثالثة

علوم تجريبية :  $\sum_{i=1}^4 i$ 

النصريين: 01: (4ن)

- نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة بمجدها الأول  $U_1 = \sqrt{e}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  :  $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}n + 1$  .
- أحسب الحدود  $U_2$  ،  $U_3$  و  $U_4$  ، ثم ضع تخميننا حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  .
  - أح بين بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  :  $U_n \leq n + 3$  .
  - ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  :  $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{3}(n + 3 - U_n)$  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  .
  - 3)  $(V_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $N^*$  بـ :  $V_n = U_n - n$  .
  - بين أن  $(V_n)$  متتالية هندسية ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  :  $U_n = n + (\sqrt{e} - 1) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$  .
  - 4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  :

$$S_n = \left(\frac{2}{3}\right)^1 V_1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 V_2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n V_n$$

$$S'_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$T_n = \frac{S'_n}{n^2}$$

- احسب المجموعين  $S_n$  و  $S'_n$  ، ثم عين  $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$  .

النصريين: 02: (4.5ن)

- نعلم أن فصائل الدم عند الإنسان أربعة وهي :  $O$  ،  $A$  ،  $B$  و  $AB$  .  
تتوزع مجموعة من 10 أشخاص حسب فصيلتهم الدموية كما يلي : أربعة أشخاص من فصيلة  $O$  و ثلاثة من فصيلة  $A$  و شخصان من فصيلة  $B$  و شخص واحد من فصيلة  $AB$  . نختار عشوائيا و في آن واحد شخصان من هذه المجموعة .
1. احسب احتمال كل من الأحداث الآتية :  $C$  : " الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية " .  
 $D$  : " الشخصان المختاران لهما فصيلتين دمويتين مختلفتين " .  
 $E$  : " فصيلة أحد الشخصين فقط هي  $A$  " .  
 $F$  : " فصيلة الشخصان المختاران هي  $A$  أو  $O$  " .
  2. نرفق الفصيلة  $O$  بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصائل التي يمكن أن تتلقى من الفصيلة  $O$  و هكذا نرفق الفصيلة  $A$  بالعدد 2 و الفصيلة  $B$  بالعدد 2 و الفصيلة  $AB$  بالعدد 1 .  
ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل اختيار بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتهما .  
أ) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب انحرافه المعياري .  
ب) احسب احتمال الحدثين " $X^2 - 9X + 18 = 0$ " و " $X^2 - 9X + 18 \leq 0$ " .  
ج) احسب احتمال الحدث " $X = 4$ " إذا علمت أن أحد الشخصين المختارين هو  $A$  فقط .

## التصريف: 03 (4.5ن)

- I / من أجل كل عدد مركب  $z$  نعتبر كثير الحدود  $P(z)$  حيث :  $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$  .
- أح بين أن  $P(z)$  يقبل جذرا تخيليا صرفا  $z_0$  يطلب تعيينه .
  - ب) حل  $P(z)$  و حل المعادلة :  $P(z) = 0$  في  $C$  .
  2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$
  - نعتبر النقط  $A, B, C$  التي لاحقاتها على الترتيب :  $z_A = \sqrt{3} - i, z_B = \sqrt{3} + i, z_C = 2i$  .
  - أح بين أن النقط  $A, B, C$  تنتمي إلى نفس الدائرة مركزها  $O$  يطلب تعيين نصف قطرها .
  - ب) أنشئ النقط  $A, B, C$  .
- II / من أجل كل  $z$  من  $C^*$  نضع :  $Q(z) = \frac{1 + i\sqrt{3}}{z}$  .
- حل في  $C$  كلا من المعادلات التالية :  $Q(z) = z$  و  $Q(z) = \frac{2}{z+1}$  ،  $Q(z) = \frac{z - 4\cos\theta}{-1 + i\sqrt{3}}$  حيث  $\theta \in R$  .
- III / نعتبر العدد المركب  $z$  حيث :  $z = x + iy$  و صورته و ليكن العدد  $L$  حيث  $L = \frac{z - z_A}{z - z_C}$  .
1. أكتب العدد  $L$  على الشكل الجبري .
  2. عين طبيعة  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  بحيث :  $L$  حقيقي .

## التصريف: 04 (7ن)

- I /  $g$  دالة معرفة على  $[0; +\infty[$  حيث :  $g(x) = \frac{2x^2 - (x^2 + 1)\ln(x^2 + 1)}{x^2 + 1}$  .
1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها .
  2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  محصور بين 2 و 1,9 .
  3. إستنتج إشارة  $g(x)$  على  $[0; +\infty[$  .
- II /  $f$  دالة معرفة على  $R$  ب :  $f(0) = 0$  و من أجل كل  $x \neq 0$  :  $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ; متجانس (وحدة الطول  $2cm$ ) .
1. بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
  2. أ.ح بين أن الدالة  $f$  فردية .
  - ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .
  3. أ.ح بين أنه من أجل كل  $x$  من  $[0; +\infty[$  فإن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  .
  - ب) إستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$  .
  - ج) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $R$  .
  4. بين أن :  $f(\alpha) = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + 1}$  ثم اوجد حص ل  $f(\alpha)$  .
  5. ارسم  $(T)$  و  $(C_f)$  حيث  $(T)$  مماس ل  $(C_f)$  عند المبدأ.

