الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية : الأخوين فارلو – مهدية – تيارت – الموسم الدراسي : 2023/2022

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : ❸ علوم تجريبية المدّة : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2e^x-x}{1+e^x}$ ساعة

التمرين الأول: (06 نقاط)

✍ لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح ، عيّنه مع التبرير

① : مجموعة حلول المُعادلة: $2\ln^2 x+9\ln x=5$ هي:

أ) $S=\{e^{-5};\sqrt{e}\}$	ب) $\{-5;\frac{1}{2}\}$	ج) $\{10^{-5};\sqrt{10}\}$

② : إذا كانت f الدّالة العددية المُعرّفة على $\mathbb{R}$ و التي تحقّق $f(0)=1$ حلاّ للمُعادلة التفاضلية: $2y'+4y-2=0$ ،فإنّ:

أ) $f(x)=\frac{e^{2x}+1}{2e^{2x}}$	ب) $f(x)=\frac{1}{2}e^{-2x-\frac{1}{2}}$	ج) $f(x)=e^{2x}-2$

③ : f و g دالتان قابلتان للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث: $f(x)=g(\sqrt{x})$ و $g'(x)=e^{2x}$ ، عبارة $f'(x)$ هي:

أ) $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}e^{2\sqrt{x}}$.	ب) $f'(x)=\frac{\sqrt{x}}{2x}e^{2\sqrt{x}}$	ج) $f'(x)=\sqrt{x}e^{2\sqrt{x}}$

④ من أجل كل عدد حقيقي x العبارة $2x-\ln(e^x+3)$ تُساوي:

أ) $x-\ln(1+3e^{-x})$	ب) $x+\ln(1+3e^{-x})$	ج) $\ln\left(\frac{2e^x}{e^x+3}\right)$.

التمرين الثاني: (14 نقطة)

❑ الجزء الأول : نعتبر الدالة g المُعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\frac{1}{e}+xe^x$.

① أُحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

② أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

③ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

❑ **الجزء الثاني :** نعتبر الدالة f المُعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 1 - x^2e^x$ ، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المُتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$) .

❶ بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ ثم فسّر النتيجة هندسيّا .

❷ أحسب $f'(x)$ ، ثم أدرس إشارتها .

❸ إستنتج إتّجاه تغيّر f على $\mathbb{R}$ ،ثم شكّل جدول تغيّراتها .

❹ بيّن أنّ المُنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف.

❺ بيّن أنّ المُعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث: $0.7 < \alpha < 0.8$ ، ثم إستنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

❻ أثبت أنّ للمنحنى (C_f) مماسين يشملان النّقطة $A(0;1)$ ، مُعادلتيهما: $(T_1) : y = 1$ و $(T_2) : y = \frac{1}{e}x + 1$.

❼ بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإنّ: $f(x) - \left(\frac{1}{e}x + 1\right) = -x \cdot g(x)$
، ثم إستنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (T_2) .

❽ أنشئ $(T_1), (T_2)$ و (C_f) على المجال $]-\infty;1]$. (نأخذ: $f(1) = -1.7$)

❑ **الجزء الثالث :** نعتبر الدّالة h المُعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = |f(x)|$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السّابق.

① بيّن أنّ: $h(x) = f(x)$ على مجال يُطلب تعيينه.

② إشرح كيفية إنشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f) ، ثم أرسمه في نفس المعلم السّابق.

③ عيّن قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المُعادلة: $h(x) = m^2$ حلاّ و حيدا .

✍ K دالة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $K(x) = f(1 - 2x)$.

④ أحسب $K'(x)$ بدلالة $f'(x)$ ، ثم أدرس إشارتها . ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدّالة K بعد حساب النهايات.

إنتهى

إعمل بجد في صمت؛
ودَع النجاح يُحدِثُ الضجيج.
"Work hard in silence, let success make the noise."

تصحيح الاختبار 01 - 3 علوم تجريبية - Bac2023

التمرين الأول

1/ الإجابة الصحيحة: f) : $S=\{e^{-5};\sqrt{e}\}$

لأن: أولا: المعادلة معرفة من أجل $x\geq 0$ أي: $D=]0;+\infty[$

لدينا: $2\ln^2 x+9\ln x=5$

أي: $2\ln^2 x+9\ln x-5=0$

بوضع $t=\ln x$ نجد:

$2t^2+9t-5=0$

نجد: $\begin{cases} t_1=1/2 \Rightarrow \ln x_1=1/2 \\ t_2=-5 \Rightarrow \ln x_2=-5 \end{cases}$

إذن: $\begin{cases} x_1=e^{1/2}=\sqrt{e}\in D \\ x_2=e^{-5}\in D \end{cases}$

$S=\{e^{-5};\sqrt{e}\}$

2/ الإجابة الصحيحة: f) $f(x)=\frac{e^{2x}+1}{2e^{2x}}$

لأن: $2y'+4y-2=0$

أي: $y'=-2y+1$ ($a=-2$, $b=1$)

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى

حلها هو مجموعة الدوال:

$y=Ce^{-ax}-\frac{b}{a}$ / $C\in\mathbb{R}$

$y=Ce^{-2x}-\frac{1}{-2}=Ce^{-2x}+\frac{1}{2}$

من أجل $f(0)=1$

$1=Ce^{-2(0)}+\frac{1}{2}$

أي: $C=\dots=\frac{1}{2}$

ومنه: $f(x)=\frac{1}{2}e^{-2x}+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2e^{2x}}+\frac{1}{2}=\frac{1+e^{2x}}{2e^{2x}}$

3/ الإجابة الصحيحة: ب) $f'(x)=\frac{\sqrt{x}}{2x}e^{2\sqrt{x}}$

لأن: حسب قانون مشتق مركب دالتين

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}g'(\sqrt{x})$

$=\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{2(\sqrt{x})}$

$=\frac{\sqrt{x}}{2x}e^{2\sqrt{x}}$

4/ الإجابة الصحيحة: f) $x-\ln(1+3e^{-x})$

لأن: $2x-\ln(e^{x}+3)=2x-\ln\left(\frac{1}{e^{-x}}+3\right)$

$=2x-\ln\left(\frac{1+3e^{-x}}{e^{-x}}\right)$

$=2x-[\ln(1+3e^{-x})-\ln(e^{-x})]$

$=2x-\ln(1+3e^{-x})+(-x)$

$=x-\ln(1+3e^{-x})$

التمرين 02:

الجزء I / $g(x)=\frac{1}{e}+xe^{x}$

1/ حساب النهايات:

$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{-\infty}\left[\frac{1}{e}+xe^{x}\right]=\frac{1}{e}$

$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{+\infty}\left[\frac{1}{e}+xe^{x}\right]=+\infty$

لأن: $\begin{cases} \lim_{-\infty}(xe^{x})=0 \\ \lim_{+\infty}(xe^{x})=+\infty \end{cases}$

2/ اتجاه تغير g:

أولا: حساب $g'(x)$: g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:

$g'(x)=0+(1)(e^{x})+(e^{x})(x)$

$g'(x)=(x+1)e^{x}$

www.ency-education.com

- صفحة 02 -

ثانيا: إشارة $g'(x)$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	
e^x		$+$		$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

g متزايدة تماما على $[-1;+\infty[$

g متناقصة تماما على $]-\infty;-1]$

جدول تغيرات g:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$1/e$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

$g(-1)=\frac{1}{e}+(-1)e^{-1}=\frac{1}{e}-\frac{1}{e}=0$

إشارة $g(x)$: من جدول التغيرات نستنتج

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$+$	

الجزء II/

$f(x)=1-x^2e^x$

1/ حساب النهايات:

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(1-x^2e^x)=1$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(1-x^2e^x)=-\infty$

لأن:

$\begin{cases}\lim_{x\to-\infty}(x^2e^x)=0\\ \lim_{x\to+\infty}(-x^2e^x)=-\infty\end{cases}$

التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=1$ بجوار $-\infty$

2/ حساب $f'(x)$: f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث:

$f'(x)=0-[(2x)(e^x)+(e^x)(x^2)]$

$=-(x^2+2x)e^x$

$=(-x^2-2x)e^x$

إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$-x^2-2x$		$-$	0	$+$	0	$-$	
e^x		$+$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

لأن: $-x^2-2x=0$

$-x(x+2)=0$

إما $\boxed{x=-2}$ أو $\boxed{x=0}$

3/ اتجاه تغير f:

f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;-2]$ و $[0;+\infty[$

f متزايدة تماما على $[-2;0]$

جدول تغيرات f

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$1-4e^{-2}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

$f(-2)=1-4e^{-2}\simeq 0,5$

$f(0)=1-0e^0=1$

توضيح الجزء الخاص بـ $K(x)$:

$K(\frac{1}{2})=f(1-2(\frac{1}{2}))=f(0)=1$

$K(\frac{3}{2})=f(1-2(\frac{3}{2}))=f(-2)=1-4e^{-2}$

$\lim_{x\to-\infty}K(x)=f(\lim(1-2x))=\lim_{+\infty}f(x)=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty}K(x)=f(\lim_{+\infty}(1-2x))=\lim_{-\infty}f(x)=1$

www.ency-education.com

4/ تبيين أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف:

- ما تظهر نقط الإنعطاف بعد دراسة إشارة المشتقة الأولى:

- حساب $f''(x)$:

$$f''(x) = (2x-2)e^x + (e^x)(-x^2-2x)$$
$$= (-x^2-2x-2x-2)e^x$$
$$= (-x^2-4x-2)e^x$$

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{2}$		$-2+\sqrt{2}$		$+\infty$
$-x^2-4x-2$		$-$	0	$+$	0	$-$	
e^x		$+$		$+$		$+$	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

لأن: $-x^2-4x-2=0$

$\Delta = 8 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{2}$

$x_1 = \frac{+4+2\sqrt{2}}{-2} = -2+\sqrt{2}$

$x_2 = \frac{+4-2\sqrt{2}}{-2} = -2-\sqrt{2}$

إذن: (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف

حيث: $B(-2+\sqrt{2} : f(-2+\sqrt{2}))$

$C(-2-\sqrt{2} : f(-2-\sqrt{2}))$

$\begin{cases} -2+\sqrt{2} \simeq -0,6 \\ -2-\sqrt{2} \simeq -3,4 \end{cases}$ $\begin{cases} f(-2+\sqrt{2}) \simeq 0,8 \\ f(-2-\sqrt{2}) \simeq 0,6 \end{cases}$

5/ المعادلة $f(x)=0$:

- f مستمرة ورتيبة تماما على $[0,7 ; 0,8]$ (متناقصة تماما)

- لدينا: $f(0,7) \simeq 0,01$

$f(0,8) \simeq -0,4$

أي $f(0,7) \times f(0,8) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]0,7 ; 0,8[$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0		

6/ إثبات المماس:

نحل المعادلة:

$$1 = f'(x_0)(0-x_0) + f(x_0)$$

أي:

$$[(-x_0^2-2x_0)e^{x_0}](-x_0) + (1-x_0^2e^{x_0}) = 1$$

$$x_0^3e^{x_0} + 2x_0^2e^{x_0} + \cancel{1} - x_0^2e^{x_0} = \cancel{1}$$

$$x_0^3e^{x_0} + x_0^2e^{x_0} = 0$$

$$x_0^2(x_0+1)e^{x_0} = 0$$

إما: $x_0^2 = 0$ ، $x_0 = 0$ ؛ $x_0 + 1 = 0$ ، $x_0 = -1$

إذن (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يمران بالنقطة $A(0;1)$ حيث:

$(T_1): y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = 0(x) + 1$

$(T_1): y = 1$

$(T_2): y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$

$y = (-1+2)e^{-1}(x+1) + 1e^{-1}$

$y = \frac{1}{e}(x+1) + 1 - \frac{1}{e}$

$y = \frac{1}{e}x + \cancel{\frac{1}{e}} + 1 - \cancel{\frac{1}{e}}$

$(T_2) \quad y = \frac{1}{e}x + 1$

www.ency-education.com

- BAC 2023 - examen 01:35 - الصفحة 04 -

1/ حساب:

$$f(x)-\left(\frac{1}{e}x+1\right)=\cancel{1}-x^2e^x-\frac{1}{e}x-\cancel{1}$$

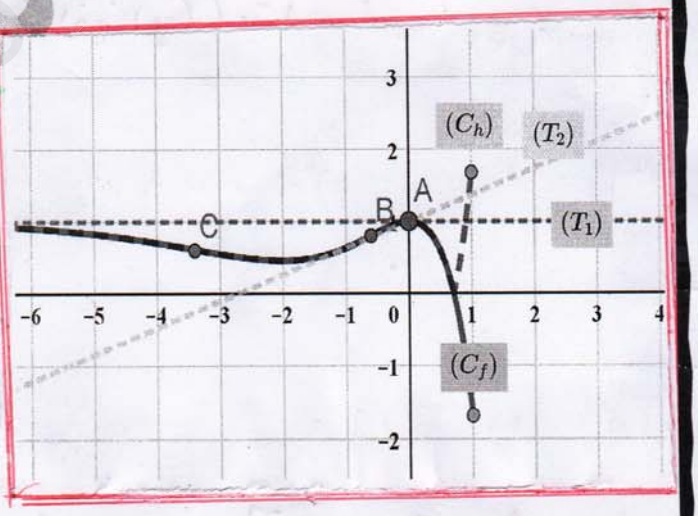
$$=-x\left(\frac{1}{e}+xe^x\right)$$

$$=-x\cdot g(x)$$

الاستنتاج: الوضع النسبي بين (C_f) و (T_2):

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$+$	0	$+$		$+$	
$f(x)-y$		$+$	0	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) فوق (T_2)	(T_2) يقطع (C_f)	(C_f) فوق (T_2)	(T_2) يخترق (C_f) $(0,1)$	(C_f) تحت (T_2)	

2/ الإنشاء الهندسي:



الجزء III: $h(x)=|f(x)|$

1/ نزع القيمة المطلقة

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & f(x)\geq 0 \\ -f(x) & f(x)\leq 0 \end{cases}$$

2/ إنشاء (C_h):

$h(x)=f(x)$ لما: $f(x)\geq 0$ أي $x\in]-\infty;\alpha]$

(C_h) منطبق على (C_f) لما: $f(x)\geq 0$ أي $x\in]-\infty;\alpha]$

(C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل لما $f(x)\leq 0$ أي $x\in[\alpha;+\infty[$

3/ حلول المعادلة: $h(x)=m^2$

هي فواصل نقاط تقاطع (C_h) مع المستقيمات ذي المعادلة $y=m^2$

- المعادلة تقبل حلا وحيدا لما:

$m^2\in[0;1-4e^{-2}[$

$m^2=1-4e^{-2}$ أو $m^2=1$

$m\in[0;\sqrt{1-4e^{-2}}[$

$m\in]-\sqrt{1-4e^{-2}};0]$

(حل مضاعف) (غير مطلوب)

4/ $k(x)=f(1-2x)$

$k'(x)=-2f'(1-2x)$

$f'(1-2x)\geq 0$ لما: $-2\leq 1-2x\leq 0$

$-3\leq -2x\leq -1$

$-\frac{1}{2}\leq x\leq -\frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{3}{2}$

$f'(1-2x)\leq 0$ لما: $\begin{cases} 1-2x\leq -2 \\ 1-2x\geq 0 \end{cases}$

أي $\begin{cases} x\geq \frac{-2-1}{-2} \\ x\leq \frac{-1}{-2} \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq 3/2 \\ x\leq 1/2 \end{cases}$

x	$-\infty$		$1/2$		$3/2$		$+\infty$
-2		$-$		$-$		$-$	
$f'(2-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$k'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$k(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$1-4e^{-2}$	$\nearrow$	1

www.ency-education.com