

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عبد الحميد مهري

الموسم الدراسي 2024/2023

2023/12/04 يوم

مديرية التربية لولاية تيسمسيلت

امتحان الثلاثي الأول

المستوى: الثالثة علوم تجريبية + تقني رياضي

المدة: 3 ساعات

اختبار في مادة: الرياضيات

◊ التمرين الأول (05 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير.

1/ حلول المعادلة (E) ذات المجهول x : $\ln(3x - 2) + \ln(3x + 2) = \ln 5$ (E) أ) $\{-1\}$ ب) $\{-1; 1\}$ ج) $\{1\}$.

2/ المنحني (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على $[0; +\infty]$ له مستقيم مقارب عند $+\infty$ معادلته :

$$y = 2024 \quad y = 2023 \quad y = 2022$$

3/ الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} هي دالة :
أ) فردية ب) زوجية ج) ليست فردية وليست زوجية.

4/ دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ هي $h(x) = e^{ax} + \frac{b}{x+1}$. قيمتا العددان الحقيقيين a و b حتى يقبل المنحني (C_h) الممثل للدالة h في معلم متعمد مماسا يوازي حامل محور الفواصل عند النقطة $A(0; 2)$ هما:

$$a = 1 \text{ و } b = 1 \quad a = 2 \text{ و } b = 2 \quad a = 1 \text{ و } b = 2$$

◊ التمرين الثاني (07 نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $[0; +\infty]$. $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (يطلب حساب النهايتين)

2. أ) بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حالاً وحيداً α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$.
ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty]$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty]$. $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$
وليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (تعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$)

2. أ) أثبت أنه من أجل كل x من $[0; +\infty]$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. يَبْيَنُ أَنَّ $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$ ثُمَّ يَسْتَنْجِحُ حَصْرًا لـ $f(\alpha)$.
4. أَمْ يَبْيَنُ أَنَّ الْمُنْحَنِي (C_f) يَقْبِلُ مُسْتَقِيمًا مَقْارِبًا مَائِلًا (Δ) يَطْلُبُ تَعْيِينُ مَعَادِلَةٍ لَهُ .
- بـ) ادْرُسُ الْوَضْعُ النَّسْبِي لـ (C_f) و (Δ) .
5. أَنْشِئُ (Δ) و (C_f) .

◊ التَّمَرِينُ الثَّالِثُ (٠٨ نَقَاطٍ)

- I) لَتَكُنِ الدَّالَّة g الْمَعْرُوفَةُ عَلَى \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$
1. أَحْسِبُ $\lim_{n \in \mathbb{N}} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (تَعْطِي $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ حِيثُ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$.)
1. ادْرُسُ اِتِّجَاهَ تَغْيِيرِ الدَّالَّة g ثُمَّ شَكْلَ جَدْوَلِ تَغْيِيرَاتِهَا. (نَأْخُذُ: $g(1 + \sqrt{2}) \simeq 1.43$ و $g(1 - \sqrt{2}) \simeq -0.25$ و $g(0) = 0$.)
2. أَمْ يَبْيَنُ أَنَّ الْمَعَادِلَة $0 = g(x)$ تَقْبِلُ حَلَينَ فِي \mathbb{R} أَحَدُهُمَا مَعْدُومٌ وَالْآخَرُ α حِيثُ $-0.8 < \alpha < -0.7$.
- بـ) يَسْتَنْجِحُ إِشَارَةً $(g(x))$ حَسْبَ قِيمِ x .
- II) نَعْتَبُ الدَّالَّة f الْمَعْرُوفَةَ عَلَى \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - (x + 1)^2 e^{-x}$
- وَلِيَكُنْ (C_f) الْمُنْحَنِيُّ الْمُمْثَلُ لِلدَّالَّة f فِي الْمُسْتَوِيِّ الْمُنْسُوبِ إِلَيْهِ مَعْلَمٌ مَتَعَامِدٌ وَمُتَجَانِسٌ (O, \vec{i}, \vec{j}) .
1. أَمْ أَحْسِبُ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- بـ) يَبْيَنُ أَنَّ الْمُسْتَقِيم (Δ) ذُو الْمَعَادِلَة $y = x$ مَقْارِبٌ مَائِلٌ لِلْمُنْحَنِي (C_f) عِنْدَ $+\infty$.
- جـ) ادْرُسُ وَضْعِيَّةَ الْمُنْحَنِي (C_f) بِالنَّسْبَةِ إِلَيْهِ الْمُسْتَقِيم (Δ) .
2. أَمْ يَبْيَنُ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عَدْدٍ حَقِيقِيٍّ x : $f'(x) = g(x)$.
- بـ) شَكْلُ جَدْوَلِ تَغْيِيرَاتِ الدَّالَّة f . نَأْخُذُ $f(\alpha) \simeq -0.9$.
3. يَبْيَنُ أَنَّ الْمُنْحَنِي (C_f) يَقْطَعُ محَورَ الْفَوَاصِلِ فِي نَقْطَةٍ وَحِيدَةٍ فَاصِلَتِهَا β حِيثُ $1.41 < \beta < 1.42$.
4. أَمْ يَبْيَنُ أَنَّ الْمُنْحَنِي (C_f) يَقْبِلُ مَمَاسِينٍ مَعَالِمٍ تَوْجِيهٍ كُلِّ مِنْهُمَا يَسَاوِي ١. يَطْلُبُ تَعْيِينُ مَعَادِلَةٍ لِكُلِّ مِنْهُمَا .
- بـ) أَنْشِئُ كَلَاً مِنْ (Δ) وَالْمَمَاسِينَ وَالْمُنْحَنِي (C_f) .
- III) نَعْتَبُ الدَّالَّة k الْمَعْرُوفَةَ عَلَى \mathbb{R}^* كَمَا يَلِي: $k(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$
- دُونَ حَسَابِ الْعَبَارَةِ الصَّرِيحَةِ لِلدَّالَّة k أَجْبَعُ عَنِ الْأَسْئَلَةِ التَّالِيَةِ:
- أَمْ يَسْتَنْجِحُ نَهَايَاتُ الدَّالَّة k عِنْدَ أَطْرَافِ مَجْمُوعَةٍ تَعْرِيفُهَا.
- بـ) أَحْسِبُ $k'(x)$. ثُمَّ ادْرُسُ اِشَارَتِهَا عَلَى \mathbb{R}^* .
- جـ) شَكْلُ جَدْوَلِ تَغْيِيرَاتِ الدَّالَّة k .