

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:
الموضوع الأول:

(04 نقاط)

تكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $U_n = 3^n + n - 1$. نضع من أجل كل عدد طبيعي n :

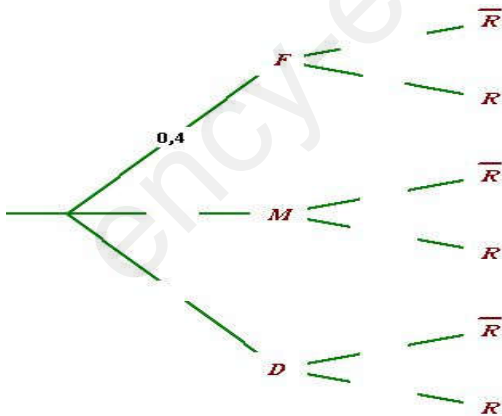
$$W_n = \ln\left(\frac{-1+V_n}{2}\right) \quad , \quad V_n = U_{n+1} - U_n$$

لكل سؤال ثلاث إجابات، إجابة واحدة منها صحيحة، المطلوب: تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج
01	المتتالية (U_n) هي متتالية : إذا كان :	حسابية	هندسية	لا حسابية ولا هندسية
02	إذا كان : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ إذا عبارة S_n هي :	$\frac{3^{n+1} - 1}{2} + \frac{(n+1)(n-2)}{2}$	$\frac{1-3^{n+1}}{-2} + \frac{(n-1)(n+1)}{2}$	$\frac{1-3^{n+1}}{2} + \frac{(n+1)(n-2)}{2}$
03	عبارة الحد العام للمتتالية (V_n) هي :	$V_n = 2 \times 3^n + 1$	$V_n = 2 \times 3^n + 2n + 1$	$V_n = 3^n + 1$
04	إذا كان : $S'_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$ إذا عبارة S'_n هي :	$\frac{(n+1)^2}{2} \ln(3)$	$\ln\left(\frac{3^{n+1} - 1}{2}\right)$	$\frac{n^2 + n}{2} \ln(3)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يشارك اللاعب في لعبة تتكون من ثلاث أسئلة ، سؤال سهل ، سؤال متوسط و سؤال صعب . حيث احتمال أن يكون السؤال سهلا 40% ، واحتمال أن يكون السؤال متوسطا 30% . يختار اللاعب عشوائيا سؤالا واحدا ، احتمال أن يوفق اللاعب في الإجابة عن السؤال السهل 95% و احتمال أن يوفق اللاعب في الإجابة عن السؤال المتوسط 60% و احتمال أن يوفق في الإجابة عن السؤال الصعب هو 40% . نعتبر الحوادث :

F : السؤال المختار سهل ، M : السؤال المختار متوسط ، D : السؤال المختار صعب
R : اللاعب يوفق في الإجابة عن السؤال المختار

(1) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات الآتية :

(2) أ) أحسب $P(D \cap R)$.

ب) أحسب احتمال أن يوفق اللاعب في الإجابة عن السؤال المختار .

(3) علماً أن اللاعب وفق في الإجابة ، أحسب احتمال أن يكون السؤال سهلا .

(4) نقترح اللعبة الآتية : يدفع اللاعب 25 دج للمشاركة في اللعبة ويربح اللاعب 35 دج اذا وفق في الإجابة .

هل اللعبة في صالح اللاعب ؟ علل .

التمرين الثالث: (05 نقاط)(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z الآتية : $(z - 2i)(z^2 - 6z + 10) = 0$.(2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{u}, \vec{v}) النقط A ، B ، C التي لواحقها علىالترتيب : $z_A = 2i$ ، $z_B = 3 + i$ ، $z_C = -1 - i$.



(أ) أكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي . استنتج طبيعة المثلث ABC .

(3) من أجل كل عدد مركب z يختلف عن $3+i$ نضع : $f(z) = \frac{(1-i)z + 2}{z - 3 - i}$

(أ) بين أن من أجل كل $z \neq 3+i$ لدينا : $f(z) = (1-i) \frac{z + 1 + i}{z - 3 - i}$

(ب) 1- عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $|f(z)| = \sqrt{2}$

2- عين المجموعة (F) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $\arg(f(z)) = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

(4) (أ) عين اللاحقة z_G للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

(ب) أكتب z_G على الشكل الأسّي ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{3}{2\sqrt{2}} z_G\right)^n$ تخيليا صرفاً .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = x^2 - 3 + 2(1-x)e^{1+x}$

(Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) الوحدة البيانية 2cm .

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = 2x(1 - e^{1+x})$

(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} و استنتج اتجاه تغير الدالة f

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a على المجال $]0.8; 0.9[$

(4) h دالة معرفة على \mathbb{R} ب : $h(x) = x^2 - 3$ (Ch) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(أ) أحسب : $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - h(x))$ و فسر النتيجة بيانيا .

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين : (Ch) و (Cf) .

(5) أنشئ (Ch) و (Cf) .

(6) k دالة معرفة على \mathbb{R} ب : $k(x) = (1-x)e^{1+x}$

(أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة k و التي تنعدم من أجل القيمة 2 .

(ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد ب : المنحنيين (Ch) و (Cf) و المستقيمان اللذان معادلتها : $x = -1$; $x = -2$

(7) g دالة معرفة على \mathbb{R} ب : $g(x) = x^2 - 3 + 2(1+|x|)e^{1-|x|}$ (Cg) تمثيلها البياني في نفس المعلم

(أ) بين أن الدالة g زوجية .

(ب) من أجل $x \leq 0$ أحسب $g(x) - f(x)$ ثم اشرح كيفية إنشاء (Cg) انطلاقا من (Cf) . (لا يطلب إنشاء (Cg))



الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N}^* ب: $U_1 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا: $U_{n+1} = \left(\frac{n+1}{2n}\right)U_n$

(1) برهن بالتراجع أن المتتالية (U_n) موجبة تماما .

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) و برر تقاربها .

(3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N}^* ب: $V_n = \frac{U_n}{n}$.

(أ) بين أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ثم بين أن: $U_n = \frac{n}{2^n}$.

(ب) أحسب نهاية المتتالية (U_n) .

(4) نعتبر: $S_n = \frac{U_1}{1} + \frac{U_2}{2} + \dots + \frac{U_n}{n}$ و $S'_n = \ln V_1 + \ln V_2 + \dots + \ln V_n$

- أكتب S_n و S'_n بدلالة n .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U_1 على خمس كرات 3 كرات تحمل الرقم 2 و كرتين تحملان الرقم 3 . و يحتوي وعاء آخر U_2 على خمس كرات 3 بيضاء و كرتين حمراوين . نسحب عشوائيا كرة واحدة من U_1 و نسجل رقمها ثم نسحب في آن واحد كرة من الصندوق U_2 حيث n هو رقم الكرة المسحوبة من U_1 .

(1) أحسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء

(2) أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين علماً أن رقم الكرة المسحوبة من U_1 هو 3 .

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X ؟

(ب) بين أن: $P(X=0) = \frac{11}{50}$ ، ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(4) (أ) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

(ب) أحسب احتمال الحدث $P(\log(X^2 - X + 10) \leq 1)$. (دالة اللوغاريتم العشري)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$

عين الاقتراح الوحيد الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير .

(1) حلا المعادلة $(\bar{z} - i)^2 - 2(\bar{z} - i) + 2 = 0$ ذات المجهول z في \mathbb{C} هما :

أ- $z_1 = 1 ; z_2 = 1 - 2i$ ب- $z_1 = 1 - i ; z_2 = 1 + i$ ج- $z_1 = -1 ; z_2 = 1 - 2i$



(2) الشكل الأسي للعدد المركب $z = -\sqrt{3} + e^{i\frac{\pi}{6}}$ هو :

أ- $z = e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ب- $z = e^{i\frac{7\pi}{6}}$ ج- $z = e^{-i\frac{\pi}{6}}$

(3) n عدد طبيعي ، العدد المركب $(1+i\sqrt{3})^n$ حقيقي إذا و فقط إذا كان :

أ- $n = 3k + 1$ ب- $n = 3k + 2$ ج- $n = 3k$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

(4) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $z = -1 + 3e^{i\theta}$ (θ تمسح \mathbb{R}) هي :

أ- نصف مستقيم ب- دائرة ج- مجموعة خالية .

(5) A و B نقطتان لاحقتاهما : $Z_A = i$ و $Z_B = 1 + 2i$. العبارة المركبة للتشابه المباشر الذي يحول A الى B و يحول O الى A هي :

أ- $z' = 2z + i$ ب- $z' = (1-i)z + i$ ج- $z' = (1+i)z + i - 1$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R}_+^* ب : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x)$

(1) أحسب $g'(x)$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من \mathbb{R}_+^* .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}_+^* ب : $f(x) = x - 2 + 2\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)$

(Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) الوحدة البيانية 2cm .

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة الثانية بيانيا .

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$. مقارب مائل للمنحنى (Cf) .

ج) أدرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) و المنحنى (Cf) .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المنحنى (Cf) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها β حيث : $1.47 < \beta < 1.48$.

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (Cf) عند النقطة ذات الفاصلة e .

(5) أنشئ (Δ) ، (T) و المنحنى (Cf) .

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(m+2)x = 2\ln(x)$.

(7) لتكن مساحة الحيز S المحدد ب : المستقيم (Δ) و المنحنى (Cf) و المستقيمت ذات المعادلة : $x = 1$; $x = \beta$.

أ) بين أن : $S = (\beta(2-\beta))^2 \text{ cm}^2$.

ب) جد حصرا للمساحة S .