الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات | امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي

الشعبة: علوم تجريبية | دورة: 2024

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\dfrac{u_n-1}{u_n+3}$

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=a+\dfrac{b}{u_n+3}$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>-1$

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{1}{u_n+1}$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

جـ- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=\dfrac{u_0}{u_0+1}+\dfrac{u_1}{u_1+1}+\dots+\dfrac{u_n}{u_n+1}$

أحسب S_n بدلالة n

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U على كريتين بيضاوين وثلاث كريات سوداء ويحتوي وعاء V على كريتين بيضاوين وكريتين سوداوين (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).

نرمي مرة واحدة نردا غير مزيف أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 فإذا ظهر على الوجه العلوي للنرد رقم أصغر أو يساوي 2 نسحب كرية واحدة من الوعاء U وإذا ظهر على الوجه العلوي للنرد رقم آخر (أكبر تماما من 2) نسحب كرية واحدة من الوعاء V

نعتبر الأحداث التالية: U : "سحب كرية من الوعاء U" ، V : "سحب كرية من الوعاء V"

B : "سحب كرية بيضاء" ، N : "سحب كرية سوداء"

1) بين أن $p(U)=\frac{1}{3}$ ثم استنتج $p(V)$

2) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

3) بين أن احتمال سحب كرية سوداء يساوي $\frac{8}{15}$

4) إذا سحبنا كرية سوداء، ما احتمال أن تكون من الوعاء U؟

التمرين الثالث: (04,5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C من المستوي لواحقها $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=i$ على الترتيب.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي.

ب- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ تخيليا صرفا.

3) أ- عين العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه A ويحول B إلى C محددا نسبته وزاويته.

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC

4) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق: $|z-z_A|^2+|z-z_B|^2=5$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2x+1)e^x+1$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+2+(2x-1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $-\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (D) معادلته $y=x+2$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,86<\alpha<-0,85$

5) أ– بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) في نقطة وحيدة فاصلتها $-\frac{1}{2}$

ب– اكتب معادلة لـ (T)

6) أنشئ (D)، (T) و (C_f)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(2x-1)e^{x}-m+2=0$

انتهى الموضوع الأول

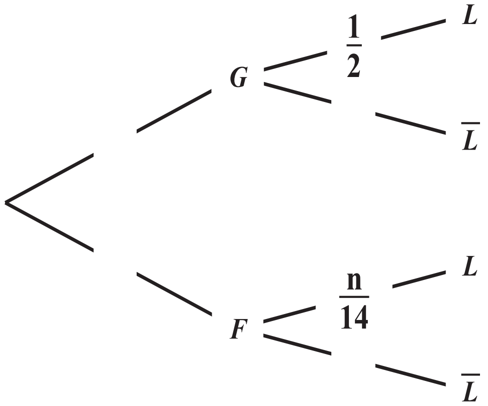
الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

يتكون قسم ثانوية من 26 ولد و 14 بنت. من بين كل تلاميذ هذا القسم 13 ولد و n بنت مسجلون في نادي تعلم اللغات.

نختار عشوائيا تلميذا من القسم ونعتبر الأحداث التالية:

G: "التلميذ المختار ولد" ، F: "التلميذ المختار بنت" ، L: "التلميذ المختار مسجل في نادي تعلم اللغات"



1) أحسب $p(G)$ و $p(F)$

2) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

3) بين أن $p(L)=\dfrac{13+n}{40}$

4) التلميذ المختار مسجل في نادي تعلم اللغات. ما احتمال أن يكون ولدا؟

5) جد قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون الحدثان L و G مستقلين.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{x+2}{x}\right)$ تساوي:

أ) 0 ب) 2 ج) $+\infty$

2) إذا كانت الدالة $x\mapsto x(\alpha\ln x+\beta)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto -\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$ فإن:

أ) $\alpha=-1$ و $\beta=0$ ب) $\alpha=-1$ و $\beta=1$ ج) $\alpha=-1$ و $\beta=-1$

3) العدد الحقيقي I حيث $I=\displaystyle\int_{-2}^{4}\frac{2x}{x^2+1}dx$ يساوي:

أ) $\ln\dfrac{17}{5}$ ب) $-\ln 17+\ln 5$ ج) $\ln 17+\ln 5$

4) n عدد طبيعي غير معدوم. العدد المركب $(1+i)^n$ تخيلي صرف إذا وفقط إذا كان:

أ) $n=2+8k$ ب) $n=4k$ ج) $n=2+4k$

التمرين الثالث: (04,5 نقاط)

1) (u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة بحدها الأول u_0 وأساسها r

أ– عين u_2 ثم r علما أن: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=210 \end{cases}$

ب– أكتب u_n بدلالة n ثم احسب المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = e^{14-3n}$ حيث e هو أساس اللوغاريتم النيبيري

أ– بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0

ب– أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$. ماذا تستنتج؟

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_n$

أ– أحسب المجموع T_n بدلالة n والجداء P_n بدلالة n

ب– أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x - \dfrac{x-1}{x}$ و $g(x) = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)\ln x$

(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أ– بين أن $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0} f(x) = +\infty$ وفسر النتيجة بيانيا.

ب– أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ– أحسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f

ب– استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) الشكل المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة $f-g$ على المجال $]0;+\infty[$

x	0	1	$+\infty$
$g'-f'$	$-$	0	$+$
$g-f$	$+\infty$ ↘	0	↗ 1

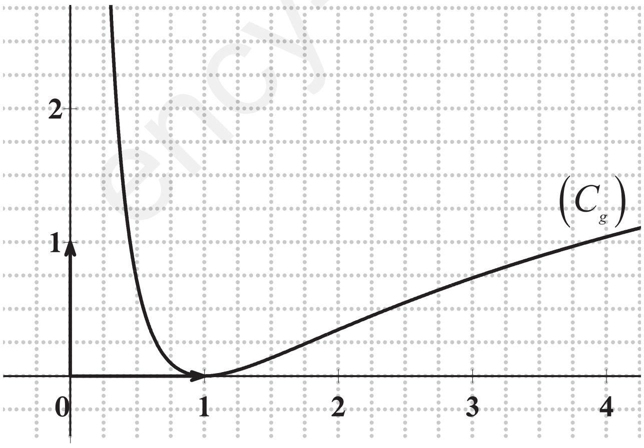
أ– حدد إشارة $f(x)-g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب– استنتج الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (C_g)

4) a عدد حقيقي أكبر تماما من 1. M نقطة من (C_f) فاصلتها a و N نقطة من (C_g) فاصلتها a

برر أن $MN < 1$

5) الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_g) للدالة g على المجال $]0;+\infty[$



أ– أنقل (C_g) ثم أنشئ (C_f) في نفس المعلم.

ب– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $g(x)-f(x) = 1 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{\ln x}{x}$

6) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) والمستقيمين $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الثاني