♣ مديرية التربية لولاية برج بوعريريج — ثانوية كيال عراس – تيكستار

الشعبة: علوم تجريبية — دورة : ماي 2024

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة: 03 ساعات

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

1) يتكون فريق عمل من 4 إناث و 3 ذكور، يراد تشكيل لجنة مكونة من رئيس ونائب له، احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو:

أ) $\frac{1}{7}$ ، ب) $\frac{3}{7}$ ، جـ) $\frac{4}{7}$

2) طبيعة المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\int_{n}^{n+1} e^{3-x}dx$ هي:

أ) هندسية ، ب) حسابية ، جـ) لا حسابية و لا هندسية

3) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{a}{b+e^{-x}}$ حيث a و b عددان حقيقيان.

علما أن : $f(0)=2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ ، قيمتي العددين الحقيقيين a و b هما :

أ) $a=6$ و $b=2$ ، ب) $a=2$ و $b=3$ ، جـ) $a=4$ و $b=1$

4) في المستوي المركب A، B و C نقط لواحقها على الترتيب : $z_A=1+2i$ ، $z_B=1-2i$ ، $z_C=i$

لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي متوازي أضلاع هي :

أ) $z_D=-3i$ ، ب) $z_D=1-\sqrt{3}i$ ، جـ) $z_D=1+i$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

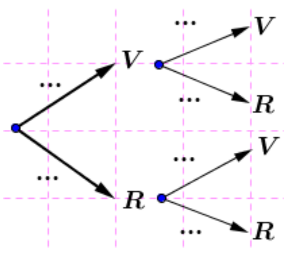
يحتوي صندوق على 5 كرات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللّمس: منها 2 كرية خضراء و3كريات حمراء

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الصندوق نرمز بـ X إلى المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الخضراء المتبقية.

أ) تحقق أن $P(X=2)=\frac{3}{10}$ ، ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحدث A : " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون "

2) نسحب الآن من الصندوق كرتين على التوالي بالطريقة التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء نعيدها إلى الصندوق أمّا إذا كانت الكرية المسحوبة خضراء لا نعيدها، نرمز للكرية الخضراء بالرمز V ،وإلى الكرية الحمراء بالرمز R



أ) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.

ب) احسب احتمال الحدثين B : " الكرية المسحوبة الأولى خضراء "

C : " احدى الكرتين المسحوبتين فقط خضراء "

ج) بيّن أن احتمال أن يبقى في الصندوق 2 كرية خضراء هو $\frac{9}{25}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية (u_n) معرفة بحدها الأول $u_0=2$: و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=5-\frac{4}{u_n}$.

1) أ) برهن أنّ من أجل كل عدد طبيعي n : $2\le u_n\le 4$.

ب) ادرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة و احسب نهايتها .

2) نعرف من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n=\frac{4-u_n}{1-u_n}$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{4}$ ، يطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) احسب نهاية المتتالية (u_n) من جديد .

د) احسب بدلالة n المجموعين: $T_n=v_0+\frac{v_1}{4}+\frac{v_2}{4^2}+........+\frac{v_n}{4^n}$ و $K_n=\frac{3}{1-u_0}+\frac{3}{1-u_1}+\frac{3}{1-u_2}+........+\frac{3}{1-u_n}$

3) أ) أثبت أنّ من أجل كل عدد طبيعي n : $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$.

ب) استنتج أنّ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $0\le 4-u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ، ثم احسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ مرة أخرى .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x+2)e^{x-2}-2$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق من أن $1,45<\alpha<1,46$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم العدد الحقيقي x .

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-x^2e^{x-2}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بين أنّ من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-x.g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن $f(\alpha)=\frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ حيث α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء I) .

3) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$:

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x^2\right]=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

4) اكتب معادلة لـ (T) المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

5) أنشئ (T) ، (Γ) و (C_f) في المجال $]-\infty;2]$.

6) لتكن H الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $H(x)=(ax^2+bx+c)e^{x-2}$. حيث a ، b، c أعداد حقيقية .

أ) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث تكون H دالة أصلية للدالة: $x\mapsto x^2e^{x-2}$ المعرفة على $\mathbb{R}$

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Γ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ ، $x=2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6\sqrt{2}z+36=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى م المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

لتكن النقط A، B، C و D التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=3\sqrt{2}(1+i)$، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=6\sqrt{2}$ ، $z_D=\frac{z_C}{2}$

أ) اكتب z_A، z_B و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسي

ب) اكتب النسبة $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ج) بين أن النقط O، A، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D. يطلب تعيين نصف قطرها .

د) أحسب $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$ ؟

3) بين أن العدد $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2024}$ هو عدد حقيقي .

4) عين وأنشئ (E) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|2iz-6\sqrt{2}i|=|z_A-\sqrt{2}-\sqrt{2}i|$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

صندوق U يحتوي على **8 كريات سوداء** ثلاثة منها تحمل الرقم -1 ، ثلاثة منها تحمل الرقم **0** واثنتان منها تحمل الرقم **1** و **كريتين حمراوين** تحملان الرقمين **1** و **2** ، لا نميز بين الكرات عند اللمس.

1) نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد

أ) أحسب احتمال الأحداث التالية:

A : " سحب كرتين من نفس اللون " ، B : " سحب كرة سوداء على الأكثر " و C : " سحب كرة سوداء على الأقل ".

ب) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين المسجلين على الكرتين

☜ عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتمال و أحسب أمل الرياضياتي $E(X)$.

2) نسحب عشوائيا من الصندوق n كرة في آن واحد حيث $1\le n\le 9$

– ونعتبر الحدث D:" سحب كرة واحدة حمراء

☜ أحسب $P(\text{D})$ بدلالة n، ثم عين قيم العدد الطبيعي n اذا علمت أن: $P(\text{D})=\frac{7}{15}$.

3) نضيف الآن m كرية حمراء إلى الصندوق ثم نسحب كريتين على التوالي دون إرجاع

– ونعتبر الحدث F:" سحب كريتين مختلفتين في اللون ."

أ) أحسب $P(F)$ بدلالة m .

ب) استنتج $\lim_{m\to+\infty} P(F)$ ثم أعط تفسيرا للنتيجة المتحصل عليها .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول : $u_0=1$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}=-2+\sqrt{5+(u_n+2)^2}$.

1) برهن أنّ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 1$.

2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة .

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=(2+u_n)^2$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

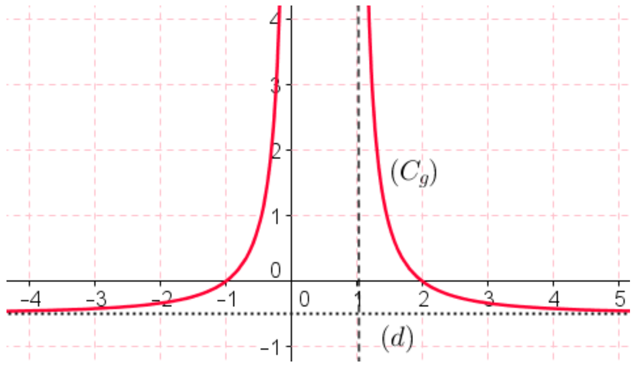
ب) بين أن العدد 1954 هو حد من حدود المتتالية (v_n) .

ج) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم احسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n=e^9\times e^{14}\times e^{19}\times......\times e^{5n+9}$.

☜ عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $\ln P_n=1998$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)



I) الشكل المقابل يمثل (C_g) منحنى الدالة g المعرفة على $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{ax^2+x+2}{2x(x+b)}$ حيث a و b عددان حقيقيان ، (d) المستقيم ذا المعادلة : $y=-\dfrac{1}{2}$.

1) بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

أ) عين نهايات الدالة g عند أطرف مجموعة تعريفها .

ب) عين كلا من : $g(-1)$ و $g(2)$. ج) استنتج إشارة $g(x)$ على D_g .

2) مستعينا بما سبق ، بين أن : $a=b=-1$.

3) تحقق أنّ من أجل كل $x\in D_g$: $g(x)=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x-1}$.

4) احسب العدد الحقيقي I حيث : $I=\int_3^2 g(x)dx$ و فسره هندسيا .

II) الدالة العددية f معرفة على $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=-\dfrac{x}{2}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x}\right)$

و (C_f)تمثيلها البياني في المستو المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

ب) بين أن المنحني (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة ، أحدها المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-\dfrac{1}{2}x$.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) بين أنّ من أجل كل $x\in D_f$ فإن : $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أنشئ (Δ) و (C_f) .

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=-\dfrac{x}{2}+m$.

6) F الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $F(x)=x\ln\left(\dfrac{x-1}{x}\right)-\ln(x-1)-\dfrac{x^2}{4}$.

أ) تحقق أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على $]1;+\infty[$.

ب) احسب A مساحة الحيز المستو المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محورالفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=\dfrac{3}{2}$ ، $x=2$

إنتهى الموضوع الثاني