الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية الوطنية لولاية سوق أهراس | ثانوية: أبو مهاجر دينار

امتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي | من إعداد الأستاذ: بن جاب الله

الشعبة: علوم تجريبية | دورة ماي 2024

اختبار في مادة الرياضيات | المدة 3 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4نقاط)

يحتوي كيس على 7 كريات مرقمة بـ : (2334445).

جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .نسحب كريتان عشوائيا و في آن واحد من الكيس .

نعرف الحدثين: A " الحصول على كريتان جداء رقميهما مضاعف للعدد 3 " B " الكريتان المسحوبتان مجموع رقميهما زوجي "

1. أحسب $P(A)$ و $P(B)$

2. بين أن $P(A\cap B)=\frac{1}{7}$. ثم استنتج $P_B(A)$.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد $\alpha-7$ حيث α هو مجموع الرقمين الظاهرين .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانونه احتمالي X .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ و بين أن : $P(X^2-1\succ 0)=\frac{5}{21}$

التمرين الثاني : (4نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرفة على $\mathbb{N}$ و حدودها موجبة تماما حيث: $\begin{cases}\ln u_3+\ln u_5=2\ln 2-8\\ \ln u_4-\ln u_2=-2\end{cases}$.

I. عين u_4 و الأساس q للمتتالية (u_n) ثم تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $u_n=\frac{2}{e^n}$.

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_{n+1}=\frac{1}{e}v_n+e-1$ و $v_0=2+e$.

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان $v_n=u_n+e$.

ب) استنتج v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

2. أحسب الجداء p_n التالي : $p_n=(v_0-e)\times(v_1-e)e^2\times......\times(v_n-e)e^{2n}$

التمرين الثالث : (5نقاط)

I. أوجد الأعداد المركبة α , β و γ التي تحقق الجملة التالية: $\begin{cases} \alpha-\beta=2i\sqrt{3} \\ \overline{\alpha}+\overline{\beta}=-2 \\ \overline{\beta}-\overline{\alpha}=\gamma \end{cases}$ و γ تخيلي صرف .

II. A , B و C ثلاث نقاط من المستوي المركب $(O;\vec{u}.\vec{v})$ لواحقها على الترتيب:

$z_A=-1-i\sqrt{3}$ $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=2$

1) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي و استنتج أن النقط A , B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها ثم أنشئها بدقة.

2) أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ على الشكل الأسي ثم حدد طبيعة المثلث ABC.

ب) استنتج زاوية الدوران r الذي يحول A إلى B و مركزه C .

3) أوجد لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $OABD$ متوازي أضلاع ثم أنشئها.

4) أ) تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (Δ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي المركب التي تحقق:

$z-2i\sqrt{3}=ke^{i(-\frac{\pi}{3})}$ لما يمسح k المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ ثم حدد طبيعة المجموعة (Δ) .

ب) أنشئ كذلك صورة (Δ) بالدوران r.

التمرين الرابع : (7نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x^2-3x+2)e^x$

(C_f) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$. (حيث : $\|\vec{OI}\|=1cm$)

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و محور الفواصل .

2. أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. يعطى $f\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\approx 2.3$ و $f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\approx -1.2$.

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيها.

3. أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند 1.

ب) عين نقطة تقاطع (C_f) مع محور التراتيب ثم أنشئ كل من (T) و (C_f) .

4. بين أنه مهما يكن الوسيط الحقيقي m النقطة ذات الفاصلة 1 تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) ذا المعادلة : $y=-mx+m$.

5. عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x)=m(-x+1)$ ثلاث حلول مختلفة .

6. أوجد العددان الحقيقيان α و β حتى تكون الدالة : $x\mapsto(x^2+\alpha x+\beta)e^x$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

7. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين الذين معدلتيهما $x=0$ و $x=2$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

I. يحتوي كيس U على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : (211) و أربعة كريات حمراء مرقمة بـ : (2211) وخمس كريات خضراء مرقمة بـ : (22111) . جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس .

نسحب من الكيس 3 كريات في آن واحد و نعتبر الحدثين التاليين :

A " الكريات المسحوبة الثلاث من نفس اللون " B " الكريات المسحوبة الثلاث مجموع أرقامها أكبر أو يساوي 5"

1. أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ و بين أن $P(A\cap B)=\dfrac{1}{44}$.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات البيضاء التي تحمل رقما فرديا .

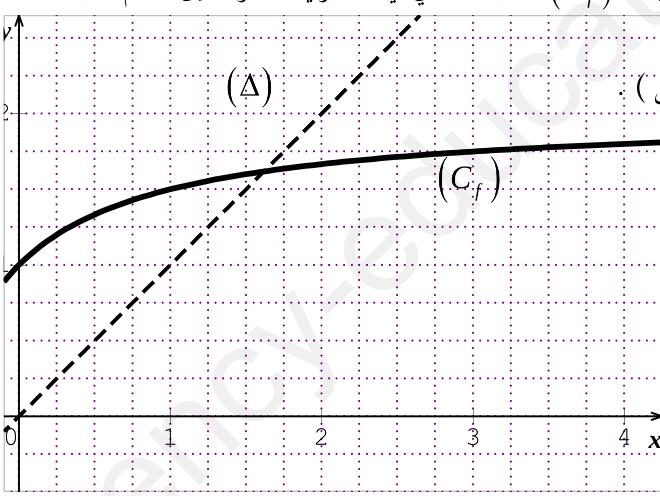
أ) عين قيم X ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب) أحسب $S=E(2024X+1962)$. السنة الأمازيغية

II. نعتبر الآن كيس ثاني V يحتوي على ثلاث كريات حمراء و كريتين بيضاويتين لا نفرق بينها عند المس .نضع الكريات الثلاث المسحوبة من الكيس U في الكيس V .علما أن الكريات الثلاث المسحوبة من U من نفس اللون .
نسحب ثلاث كريات في آن واحد من الكيس V . ما إحتمال أن تكون الكريات الثلاث المسحوبةتمايزة اللون مثنى مثنى.

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (الشكل المقابل) .



نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على ℕ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} v_0=4 \\ v_{n+1}=f(v_n) \end{cases} .$$

1. أ) أنقل الشكل على ورقة ميليمترية ثم مثل الحدود الأربعة الأولى لكل متتالية مع إبراز خطوط الإنشاء .

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

2. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ ثم أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

3. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n . $\sqrt{3}\prec v_n\le 4$ و $0\le u_n\prec\sqrt{3}$.

ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

4. أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n . $v_{n+1}-u_{n+1}\le\dfrac{1}{6}(v_n-u_n)$ و $0\prec v_n-u_n\le 4\left(\dfrac{1}{6}\right)^n$

ب) استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n-u_n)$ ثم حدد نهاية كل من (u_n) و (v_n) .

التمرين الثالث : (5نقاط)

1) $P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-12z^2+49z-78$.

أ) تحقق أن 6 جذرا لكثير الحدود $P(z)$.

ب) جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب: $P(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$.

ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u}.\vec{v})$. A , B و C ثلاث نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب: $z_A=3+2i$ $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=z_A+z_B$

أ) بين أن النقطة B هي صورة النقطة O بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

ب) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_O}$ على الشكل الأسي ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $OACB$.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $\left(\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_O}\right)\right)^n=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{z_C-z_O}{z_A-z_B}\right)$

3) (γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي المركب التي تحقق: $\arg\left(\dfrac{z-z_A}{z-z_C}\right)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi / k\in\mathbb{Z}$.

تحقق أن النقطة G مركز ثقل الرباعي $OACB$ تنتمي إلى (γ) ثم حدد طبيعة المجموعة (γ) ثم أنشئها .

التمرين الرابع : (7نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g معرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+4x+2+\ln(x+2)$

1) بين أن g متزايدة تماما على المجال $]-2;+\infty[$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.7\prec\alpha\prec-0.6$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+\dfrac{x+1+\ln(x+2)}{x+2}$

(C_f) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$. (حيث : $\|\overrightarrow{OI}\|=1cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-2}f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$ فان : $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(x+2)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.و حدد وضعيته مع (C_f)

4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلته.

5) أنشئ كل من (Δ) ، (T) و (C_f) .يعطى $f(\alpha)\approx1.2$ ، $f(1.1)\approx0$ و $f(-1.4)\approx0$.

6) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x)=-x+m$ حلان مختلفان في الإشارة .

7) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=-1$ و $x=0$.