الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الشعبة : تقني رياضي السنة الدراسية : 2017 – 2018

موضوع تحضيري في مادة الرياضيات **المدة : 4 ساعة و30د**

التمرين الأول : (04 ن)

1/ نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلتين : $2081x-2018y=1......(E)$ و $2081x-2018y=03......(E')$

أ- بين أن العددان 2018 و2081 أوليان فيما بينهما .

ب – باستعمال خوارزمية إقليدس عين حلا خاصا للمعادلة (E) ثم استنتج حلا خاصا للمعادلة (E') .

ج – حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E') .

2/ نرمز ب d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y .

أ – ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب – عين حلول المعادلة (E') حتى يكون $d=3$.

3/ A و B عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب في نظام التعداد الذي أساسه 5 على الشكل : $\overline{\alpha\beta0\alpha\alpha}$ ؛ $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\beta}$.

أ – بين أنه إذا كان : $B-A=63$ فإن $19\alpha+6\beta=63......(*)$

ب – بين أنه توجد ثنائية وحيدة $(\alpha;\beta)$ من $\mathbb{N}^2$ تحقق المعادلة $(*)$ ثم استنتج كتابة العددان A و B في النظام العشري .

التمرين الثاني : (05 ن)

$P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف كما يلي : $P(z)=z^3+\left(2-\sqrt{3}\right)z^2+\left(3-2\sqrt{3}\right)z+6$

1/ أ – احسب $p(-2)$ ثم عين العددان α و β بحيث يكون : $p(z)=(z+2)\left(z^2+\alpha z+\beta\right).......(*)$

ب – حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z)=0$. (نرمز ب z_1 ؛ z_2 إلى حلي المعادلة $(*)$ حيث $\operatorname{Im}(z_1)\succ 0$) .

2/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المركب $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ؛ B و C لواحقها على الترتيب

$$z_A=\frac{2}{\sqrt{3}}z_1 \quad ; \quad z_B=\overline{z_A} \quad \text{و} \quad z_C=-2$$

أ – اكتب كلا من الأعداد z_A ؛ z_B و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج أن النقط A ؛ B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب - عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي .

ج - عين ثم انشيء المجموعة (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\overline{z}=ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$. عندما k يمسح $\mathbb{R}$

3/ أ - اكتب على الشكل الأسي العدد $L=\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$

ب– استنتج طبيعة التحويل r الذي يحول B إلى A ثم عين عناصره المميزة وكتابته المركبة .

ج - حدد مع التعليل طبيعة المثلث ABC .

د – عين قيم العدد الطبيعي n' حتى يكون العدد $L^{2018n'}$ تخيلي .

ه - عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

و– استنتج أن النقطتين B و D تنتميان إلى (Δ) .

4/ ليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .

أ – عين الكتابة المركبة للتحاكي h .

ب – استنتج صورة لكل من المستقيم (Δ) والدائرة (C) بالتحاكي h.

ج - عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل $h \circ r$ (يطلب تعيين الكتابة المركبة) .

التمرين الثالث : (04 ن)

يحتوي كيس على عشر كريات بحيث : خمس كريات حمراء تحمل على الترتيب الأرقام 2- ؛ 1- ؛ 0 ؛ 1 ؛ 2 وثلاث كريات خضراء تحمل على الترتيب الأرقام 1- ؛ 0؛ 1 وكرتان سوداوان تحملان على الترتيب الرقمين 1- ؛ 0 .

1/ نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الكيس ونفترض أن كل الكريات لها نفس احتمال السحب .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة ممكنة بالعدد الحقيقي $\ln(x-y)$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس .

أ – عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

ب – اكتب قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضياتي .

2/ نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كريتين دون ارجاع.

أ– احسب عدد الحالات الممكنة للسحب .

ب- احسب $P(A)$ و $P(B)$ ؛ حيث الحدثان A و B معرفان كما يلي :

A : " الكرتان المسحوبتان لوناهما مختلفان "

B : " الكرتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما .

التمرين الرابع: (07 ن)

I) نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$

1 / أ – احسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيرات g على المجال $]0;+\infty[$.

ب – استنتج أن $g(x)\geq 0$ من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.

ج – من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ بين أن : $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$

د – استنتج أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $h(x)\succ 0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$

وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $1cm$)

1/ أ – احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النهاية الأولى هندسيا . (لاحظ أن $f(x)=1+x\ln x\left(1-\dfrac{\ln x}{x}\right)$)

ب – بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0,4;0,5[$.

2/ أ - بين أن من أجل $x\in]0;+\infty[$ فإن : $f(x)=\dfrac{h(x)}{x}$

ب – استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3/ أ – اكتب معادلة المماس (Δ) في النقطة التي فاصلتها 1 .

ب – تحقق أن : $f(x)-x=(\ln x-1)g(x)$.

ج – استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

4/ انشيء المنحنى (C_f) والمماس (Δ) . (نقبل أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها محصورة بين 1 و $1,5$)

5/ أ - بين أن الدالة $x\to x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$ دالة أصلية للدالة $(\ln x)^2$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب – باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن الدالة $x\to\dfrac{x^2}{2}\left[\ln x-\dfrac{1}{2}\right]$ دالة أصلية للدالة $x\to x\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

ج – احسب ب cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ؛ حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب : $\begin{cases}u_{n+1}=f(u_n)\\ u_0=\sqrt{e}\end{cases}$

1 – برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1\le u_n\le e$

2– ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . (يمكن الاستعانة بالسؤال 3 – ج) .

3 – استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها .

إعداد الأستاذ : أمين – ش