

السلسلة (7) في النهايات	ثانوية مالك بن نبي الخاصة - باتنة -
الأستاذ: جراديج سلطان (الثالثة ثانوي)	العام الدراسي: 22/21

مزمع البطوربا الأجنبيبة (1)

الجزء (A): لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $R$  بـ:  $g(x) = x^3 + 3x + 8$ .

1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $R$

3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $R$ . (نقل أن:  $\alpha \in ]-1,5[$ )

الجزء (B):  $f$  دالة معرفة على المجال  $R$  بـ:  $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد وامتجانس  $(O; I; J)$  و الوحدة  $1cm$

1) حدد العددين الحقيقيين  $a, b$  بحيث:  $f(x) = x + \frac{ax+b}{x^2+1}$

2) أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty, +\infty$

3) استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب إعطاء معادلة له ثم دراسة وضعية  $(\Delta)$  مع المنحني  $(C_f)$

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $R$ :  $f'(x) = \frac{3xg(x)}{(x^2+1)^2}$ ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$ .

5) بين أن:  $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$  واستنتج قيمة تقريبية للعدد  $f(\alpha)$ .

5) أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

مزمع البطوربا الأجنبيبة (2)

الدالة العددية المعرفة على  $R$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 + 9x}{2(x^2 + 1)}$

1) عين العددين الحقيقيين  $a, b$  بحيث لكل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f(x) = ax + \frac{bx}{x^2 + 1}$

2) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

3) أثبت أن  $(C_f)$  منحني الدالة  $f$  في معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  يقبل مقاربا مائلا  $(\Delta)$

4) بين أن  $(C_f)$  يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.

5) أرسم  $(C_f)$

6) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسين يوازيان  $(\Delta)$  وعين معادلتين لهما.

7) ناقش تبعا لقيم الوسيط  $m$  عدد نقط تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم المعين بمعادلة له:  $y = \frac{1}{2}x + m$

ثانوية مالك بن نبي الخاصة- باتنة-	السلسلة (8) في النهايات
العام الدراسي: 22/21	الأستاذ: جرادير سلطان (الثالثة ثانوي)

من بكالوريا أجنبية (1)

نعرف الدالة  $f$  على المجالين:  $]-\infty, -1[$  و  $]-1, -\infty[$  كما يلي:  $f(x) = 3x - 1 - \frac{x-1}{(x+1)^2}$

وليكن  $(c_f)$  منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 2cm)

- (1) أدرس نهايات  $f$  عند حدود مجالي تعريفها
- (2) بين أن  $(c_f)$  يقبل مقاربين أحدهما مائل  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له.
- (3) بين أن  $(c_f)$  يشترك مع مقاربه المائل في نقطة يطلب تعيين إحداثيها، ثم حدد وضعية  $(c_f)$  مع  $(\Delta)$
- (4) عين نقط تقاطع  $(c_f)$  مع المستقيمين المعرفين بمعادلتيهما:  $y = 2$ ،  $y = 0$
- (5) تحقق أن الدالة المشتقة للدالة  $f$  معرفة كما يلي:  $f'(x) = \frac{xp(x)}{(x+1)^3}$  حيث  $p(x)$  كثير حدود من الدرجة الثانية
- (6) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$
- (7) أرسم  $(c_f)$

من بكالوريا أجنبية (2)

نعبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]2; +\infty[$  بـ:  $f(x) = -2x + 3 - \frac{5}{x-2}$  و ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

<input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/> خاطئ	1. عبارة أخرى لـ $f(x)$ هي: $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 11}{2-x}$ .
<input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/> خاطئ	2. يقبل المنحنى $(C)$ مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب معادلته: $x = 2$ .
<input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/> خاطئ	3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .
<input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/> خاطئ	4. المستقيم ذو المعادلة $y = -2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C)$ عند $+\infty$ .
<input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/> خاطئ	5. تقبل المعادلة $f(x) = 6$ حلين من إشارتين مختلفتين.

ثانوية مالك بن نبي الخاصة - باتنة -

العام الدراسي: 22/21

السلسلة (9) في النهايات

الأستاذ: جرادير سلطان (الثالثة ثانوي)

التمرين الأول:

نريد معرفة وجود وتقريب حل للمعادلة

$$x^3 = \sqrt{1-2x} \dots \dots \dots (E)$$

لذلك نقترح الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty, \frac{1}{2}]$  كما

$$f(x) = x^3 - \sqrt{1-2x}$$

$$(1) \text{ أوجد: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

(2) عين أكبر مجال تكون فيه الدالة القابلة للإشتقاق، ثم

أحسب عبارة المشتقة  $f'(x)$

(3) أعط جدول تغيرات  $f$  على المجال  $]-\infty, \frac{1}{2}]$

(4) أرسم ممثلي كل من الدالتين:  $x \rightarrow x^3$  و  $x \rightarrow \sqrt{1-2x}$

وذلك على المجال  $]-\infty, \frac{1}{2}]$

(5) أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا  $\alpha$ .

ب) أعط حصرًا للعدد  $\alpha$  في مجال طوله  $10^{-2}$

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[-1; 2]$  بـ:

$$f(x) = -x^3 - 2x + 5$$

(1) أحسب  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$

(3) احسب  $f(1)$  و  $f(2)$  ثم أرسم التمثيل البياني للدالة  $f$

(5) أوجد حصرًا لهذا الحل سعته  $10^{-1}$ .

(6) عين حسب قيم  $x$  إشارة  $f$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين على التوالي على  $R^*$  و  $R$

$$\text{كما يلي: } f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = x^2 - x + 2$$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن الصفر

أن المعادلة:  $f(x) = g(x)$  تكافئ المعادلة:

$$x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$$

(2)  $h$  الدالة المعرفة على  $R$  بـ:  $h(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$

(أ) أدرس تغيرات الدالة  $h$  على  $R$  ثم ضع جدول تغيراتها

(ب) أحسب  $h(1)$ ،  $h(0)$

(ج) استنتج أن المعادلة  $h(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $c$

(هـ) ماذا يمثل الحل  $c$  بيانياً؟

(و) عين حصرًا للعدد  $c$  بتقريب  $10^{-1}$

التمرين الرابع:

الجزء (A):

لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $]-2, +\infty[$  بـ:

$$g(x) = -2x^3 - 6x^2 - 1$$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) استنتج إشارة  $g(x)$

الجزء (B):

$f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-2, +\infty[$  بـ:

$$f(x) = \frac{1-x^3}{x+2}$$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب للمعلم

المتعامد وامتجانس ( $O; I; J$ ) و الوحدة  $1cm$

(1) أحسب نهايتي  $f$  عند طرفي مجال تعريفها واستنتج

المقارب الموازي لحامل محور الترتيب.

(2) تحقق أن  $f'(x)$  من نفس إشارة  $g(x)$

(3) استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) أحسب القيم:  $f(1)$ ،  $f(5)$ ،  $f(6)$

(5) أرسم ( $C_f$ )

(6) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على المجال  $]-2, +\infty[$

$$\text{بالشكل: } g(x) = \frac{3+x-x^3}{x+2}$$

(أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال

$]-2, +\infty[$  فإن:  $g(x) = f(x) + 1$

(ب) عين علاقة هندسية بين ( $C_f$ ) و ( $C_h$ )

(ج) أرسم ( $C_h$ )

تضمن هذه الأعمال أسئلة ثالثة في البكالوريا وتكون أسبوعية في كل عصة يحل سؤال في 10 دقائق

I، نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $IR$  بـ:  $g(x) = x^3 + x^2 + 6$

1. أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

2. استنتج أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $a$  حيث  $-3 \leq a \leq -2$ .

3. أدرس حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

II، نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على:  $IR - \{0\}$  بـ:  $f(x) = x - 1 + \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3}$  (C) الهنكني الهمل للدالة  $f$  في

الهنسوي الهنسويالى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  طول الوحدة  $2\text{ cm}$

1. أدرس نهايات الدالة  $f$  على أطراف مجال مجموعة تعريفها.

2. برهن أنه لأهل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم:  $f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{x^4}$

استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ بين أن الهستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x - 1$  هو مستقيم مقارب لهنكني الدالة  $f$ .

ب أدرس الوضع النسبي للهنكني (C) والهستقيم  $(\Delta)$ .

4. أنشئ  $(\Delta)$  والهنكني (C).

ثانوية مالك بن نبي الخاصة - باتنة -	السلسلة (10) في النهايات
العام الدراسي: 22/21	الأستاذ: جرادير سلطان (الثالثة ثانوي)

منه بكالوريا أجنبية (1):

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} : R - \{1; -1\} \text{ على المجال}$$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد وامتجانس  $(O; I; J)$  و الوحدة  $2cm$

الجزء (A): لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $R$  بـ:  $g(x) = x^3 - 3x - 4$ .

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]2, 1[; 2, 2[$ .

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $R$ .

الجزء (B): (1) أحسب نهاية  $f$  عند أطراف مجال تعريفها.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $R - \{1; -1\}$  :  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$  ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $R - \{1; -1\}$  :  $f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2 - 1}$

(ب) استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب إعطاء معادلة له ثم دراسة وضعية  $(\Delta)$  بالنسبة إلى  $(C_f)$

(4) أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  (يعطى  $f(\alpha) \in ]5, 29[$ )

منه بكالوريا أجنبية (2):

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x - \frac{1}{2} \cos x$

1 / أ / برهن أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  لدينا :  $x - \frac{1}{2} \leq f(x) \leq x + \frac{1}{2}$

ب / استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2 / أثبت أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty[$ .

ب / أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $[0; +\infty[$  و أن  $0 < \alpha < \frac{\pi}{6}$ .

ج / عين إشارة  $f(x)$  من أجل كل  $x$  من  $[0; +\infty[$ .

منه بكالوريا أجنبية (3):

لتكن  $f$  دالة قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  حيث  $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$

نعتبر الدالتين  $g$  و  $h$  المعرفتين على  $\mathbb{R}$  بـ  $g(x) = f(-x)$  و  $h(x) = f(2x - 1)$

بدون تعيين الدالتين  $g$  و  $h$  عين الدالتين  $g'$  و  $h'$ .

تضمن هذه الأعمال أسئلة ثالثة في البكالوريا وتكون أسبوعية في كل سنة يحل سؤال في 10 دقائق

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-2\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{-x^3 - 2x^2 + 7x + 12}{(x+2)^2}$

و ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) (أ) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها.  
(ب) فسّر هندسيا النهاية عند  $-2$ .

(2) (أ) عيّن الأعداد الحقيقية:  $a, b, c, d$  بحيث من أجل كل  $x$  يختلف عن  $-2$  تكون:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2} + \frac{d}{(x+2)^2}$$

(ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  بجوارى  $+\infty$  و  $-\infty$ .  
(ج) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(3) (أ) بيّن أنه من أجل كل  $x \neq -2$  تكون:  $f'(x) = \frac{(-x-1)(x^2+5x+10)}{(x+2)^3}$

(ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) (أ) أحسب:  $f(-3)$ ، ثم حدّد نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.  
(ب) حدّد أيضا نقطة تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الترتيب.

(5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .

(6)  $m$  عدد حقيقي. عيّن قيم  $m$  حتى يكون للمعادلة:  $f(x) = m$  ثلاث حلول سالبة.

(7)  $g$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = f(|x|)$ .

(أ) بيّن أن الدالة  $g$  زوجية.

(ب) اشرح كيف يتم إنشاء المنحنى  $(C_g)$  إنطلاقاً من المنحنى  $(C_f)$ .

(ج) أنشئ المنحنى  $(C_g)$  في نفس المعلم السابق.

تضمن هذه الأعمال أسئلة ثالثة في البكالوريا وتكون أسبوعية في كل مهة يحل سؤالو في 10 دقائق

$f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:

$$f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فان:  $f(x) = x - 5 + \frac{\alpha}{x^2}$ ,

حيث  $\alpha$  عدد حقيقي يطلب تعيينه

2. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

3. أ- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فان:

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x^2}$$

، استنتج تغير الدالة  $f$ .

ب- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

4. أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل

، يطلب تعيين معدلتهما..

5. أوجد معادلة ل  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات

الفاصلة 1 .

6. أرسم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

المكاملة بالتجزئة:

**مبرهنة:** لنكن  $u$  و  $v$  دالتين قابلتين للاشتقاق على مجال  $I$  بحيث أنه الدالتين المشتقتين  $u'$  و  $v'$  مستمرتان على  $I$ .

من أجل كل عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  من  $I$  لدينا:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

**حساب حجم دوران منحنى حول محور الفواصل:**

عجم مجسم مولد بالدوران حول المحور  $(x'x)$  لمنحنى  $(C)$  ممثل لدالة  $f$  مستمرة على

$$V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx \quad \text{مجاله } [a; b] \text{ هو العدد الحقيقي } V \text{ حيث:}$$

**تمرين رقم (1):**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \ln x + (\ln x)^2$

و  $C_f$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (الشكل)

1. بين أن الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x(\ln x)^2 - x \ln x + x$  أصلية للدالة  $f$  على  $]0; +\infty[$ .

2.  $\alpha$  عدد حقيقي أكبر تماما من 1. احسب  $A(\alpha)$  المساحة للحيز المحدد بالمنحنى  $C_f$  ومحور الفواصل

والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x=1$  و  $x=\alpha$ .

3. عين قيمة  $\alpha$  بحيث يكون  $u.a$   $A(\alpha) = 2\alpha - 1$ .

**تمرين رقم (2):**

$f$  دالة معرفة على  $[0; 2]$  بـ  $f(x) = (x-2)e^x$   $\mathcal{C}$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. ادرس تغيرات  $f$  ثم ارسم  $\mathcal{C}$ .

2.  $S$  هي جزء المستوي المحدد بالمنحنى  $\mathcal{C}$  ومحور

الفواصل. احسب القيمة المضبوطة لمساحة  $S$ .

3. بالدوران حول المحور  $(x'x)$ ،  $\mathcal{C}$  تولد مجسما حجمه  $V$

أ- جد الأعداد الحقيقية  $a$ ،  $b$  و  $c$  حيث تكون الدالة المعرفة بـ  $G(x) = (ax^2 + bx + c)e^{2x}$  أصلية للدالة  $f^2$  على  $[0; 2]$

ب- استنتج القيمة المضبوطة للحجم  $V$ .

**تمرين رقم (3):**

$$(u_n) \text{ متتالية معرفة على } N \text{ بـ } u_n = \int_0^1 (1+x^n) dx$$

2. هل  $(u_n)$  متقاربة؟

1. بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة.