دروس الدعم و التقوية في مادة الرياضيات

التحضير الممتاز لبكالوريا 2024 | الأستاذ : سوايسية هشام

المستوى: الثالثة علوم تجريبية + تقني | السنة الدراسية: 2024/2023

ملخص شامل في الاحتمالات

❶ تعاريف و مصطلحات

- مجموعة الإمكانيات : هي مجموعة جميع النتائج الممكنة المتعلقة بتجربة ما ونرمز لها بالرمز Ω.
- حادثة : هي كل مجموعة جزئية من مجموعة الإمكانيات Ω ونرمز عادة للحوادث بالرموز $A\,;\,B\,;\,C$ ...

إذا كان	نقول إن
$A=\Omega$	A هي الحادثة الأكيدة.
$A=\phi$	A هي الحادثة المستحيلة.
$C=A\cap B$	C هي الحادثة A و B.
$C=A\cup B$	C هي الحادثة A أو B.
$B=\overline{A}$.	B الحادثة المعاكسة لـ A .
$A\cap B=\phi$	الحادثتين A و B غير متلائمتين.

❷ احتمال حادثة : اذا كانت A حادثة فان $P(A)$ يرمز الى احتمال الحادثة A حيث :

$$P(A)=\frac{\text{عدد الحالات الملائمة لتحقيق } A}{\text{عدد الحالات الممكنة}}=\frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}$$

❸ قانون الاحتمال :

$\Omega=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ مجموعة الإمكانيات لتجربة عشوائية , نعرف قانون الاحتمال على المجموعة Ω بإرفاق كل قيمة x_i من Ω بعدد موجب P_i حيث : $P_1+P_2+...+P_n=1$ مع $0\le P_i\le 1$.

نمثل قانون الاحتمال بالجدول المرفق :

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X=x_i)$	P_1	P_2	...	P_n

❹ خواص الاحتمال

- $P(\Omega)=1$ و $P(\varnothing)=0$
- لكل حدث A لدينا : $0\leq P(A)\leq 1$
- اذا كانت A و B حادثتين كيفيتين فان : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- اذا كانت A و B حادثتين غير متلائمتين $(A\cap B=\varnothing)$ فان : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
- $P(\overline{A})=1-P(A)$ حيث $\overline{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A.
- اذا كان $A\subset B$ فان $P(A)\leq P(B)$

❺ المتغير العشوائي :

Ω مجموعة الإمكانيات لتجربة عشوائية . نعرف متغيرا عشوائيا X على Ω عندما نرفق بكل محاولة (تجربة) عددا حقيقيا . أي أن المتغير العشوائي هو دالة عددية معرفة على Ω.

❻ الأمل الرياضياتي : $E(x)=\sum_{i=1}^{i=n}x_i p_i$

❼ التباين : $V(x)=\sum_{i=1}^{i=n}x_i^2 p_i-(E(X))^2$

❽ الانحراف المعياري : $\delta(x)=\sqrt{V(x)}$

➢ خواص الأمل الرياضياتي و التباين لمتغير عشوائي :

مبرهنة : X و Y متغيران عشوائيان معرفان على نفس الوضعية و a عدد حقيقي لدينا:

$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$.........(1) $\qquad E(aX)=aE(X)$..........(2)

حيث $E(X+Y)$ و $E(aX)$ هما الأملان الرياضياتيان لكل من X+Y و aX

خواص : X متغير عشوائي و a ، b عددان حقيقيان ، لدينا

1) $E(X+b)=E(X)+b$ 2) $Var(X)=E(X-E(X))^2=E(X^2)-(E(X))^2$

3) $Var(aX)=a^2\,Var(X)$ 4) $\sigma(aX)=|a|\sigma(X)$ 5) $Var(X+b)=Var(X)$

6) $\sigma(X+b)=\sigma(X)$

ملاحظات:

$E(X)$ هو معدل القيم x_i مرفقة بالقيم p_i بالمقارنة و في مجال الاحصاء $E(X)$ هو $\overline{x}$ و في ميدان الألعاب هو الربح المتوسط الذي يأمله اللاعب بعد تكرار اللعبة مرات كثيرة

- فانعدام $E(X)$ يدل على أن اللعبة عادلة
- $E(x)>0$ يعني أن اللعبة مربحة
- في حالة $E(X)<0$ فهي ليست في مصلحة اللاعب.

❖ العد

العاملي : نعرف العدد الطبيعي $n!$ (يقرأ n عاملي) كمايلي : $0!=1$ و $1!=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n>1$

$$n!=n(n-1)(n-2)\times.....\times3\times2\times1$$

❶ القوائم : E مجموعة منتهية ذات n عنصرا $(n\geq1)$ و p عدد طبيعي $(p\geq1)$

نسمي قائمة ذات p عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا من عناصر E

خاصية: من أجل كل عدد طبيعي p $(p\geq1)$ عدد قوائم E ذات p عنصرا يساوي $\boxed{n^p}$

ملاحظة : ـ إذا أردنا أن تكون هذه العناصر المرتبة متمايزة مثنى مثنى عندئذ لا يمكن للقائمة أن تحتوي أكثر من n عنصرا و هذا ما يقتضي أن يكون $n\geq P\geq1$

أمثلة

1 ـ عدد الأعداد ذات 5 أرقام التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام $8;7;6;5;4;3;2;1$: هو عدد القوائم ذات 5 عناصر من مجموعة ذات 8 عناصر أي : عددا 8^5

2 ـ عدد المحاولات لفتح حساب بريد الكتروني كلمة مروره مؤلفة 6 حروف أبجدية هو عدد القوائم ذات 6 عناصر من مجموعة ذات 27عنصر على أكثر تقدير، أي : 27^6 محاولة

❷ الترتيبات : نسمي القائمة التي عناصرها متمايزة مثنى مثنى ترتيبة و يرمز لعدد الترتيبات ذات p عنصرا من بين n عنصرا بالرمز A_n^p و نكتب : $A_n^p=n(n-1)(n-2)\times....\times(n-p+1)$

ملاحظة :

ـ يمكن كتابة العدد A_n^p بالشكل : $\boxed{A_n^p=\dfrac{n!}{(n-p)!}}$

أمثلة

1ـ أحسب الأعداد : A_{10}^3 ، A_5^1 ، A_6^5 .

2ـ عدد الأعداد ذات 5 أرقام مختلفة التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام $1;2;3;4;5;6;7;8$: هو عدد الترتيبات ذات 5 عناصر من مجموعة ذات 8 عناصر أي : عددا $A_8^5 = 8\times7\times6\times5\times4 = \boxed{6720}$

3 ـ عدد الطرق لإختيار رئيس قسم و نائب له من قسم لـ20 تلميذ هو عدد الترتيبات ذات 2 عناصر من مجموعة ذات 22عنصر ، أي : $A_{20}^2 = 20\times19 = \boxed{380}$ طريقة .

4ـ عدد الطرق لجلوس 3 أشخاص داخل حافلة تحوي على 30 مقعدا هو : $A_{30}^3 = 30\times29\times28 = \boxed{24360}$

حالة خاصة : في حالة $n=p$ ، فان ترتيبة ذات n عنصرا من مجموعة ذات n عنصرا تسمى **تبديلة** ذات n عنصرا. عدد التبديلات إذن هو $n(n-1)(n-2)\times....\times2\times1$ و يرمز له بالرمز $n!$ و يقرأ مفكوك n أو (n عاملي) إذن : $\boxed{n!=n(n-1)(n-2)\times....\times2\times1}$

أمثلة

1ـ أحسب الأعداد : $3!$ ، $7!$.

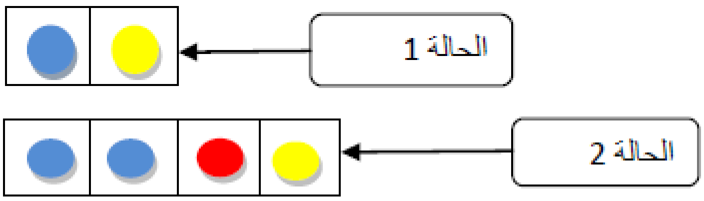
2ـ عدد الأعداد ذات 5 أرقام مختلفة التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام $1;2;3;4;5$: هو عدد التبديلات لـ 5 عناصر من مجموعة ذات 5 عناصر أي : عددا $5!=5\times4\times3\times2\times1=\boxed{120}$

3ـ عدد الطرق لوضع 4 كتب جنبا لجنب في رف هو عدد التبديلات لـ 4 عناصر أي : عددا $4!=4\times3\times2\times1=\boxed{24}$

4ـ عدد الطرق لجلوس 10 تلميذ في مخبر يضم 10 كرسي هي: $10!=10\times9\times....\times3\times2\times1=\boxed{3628800}$

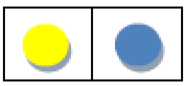
معامل الترتيب : يستعمل في أي حالة يكون فيها الترتيب مهم (قائمة أو ترتيبة) مثل سحب كرات على التوالي بالارجاع أو بدون ارجاع , تشكيل لجان مع تحديد المهام , تشكيل أرقام مختلفة أو ليست مختلفة.

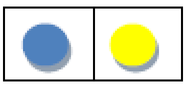
حيث يحسب بالعلاقة : $\dfrac{n!}{n_1!\times n_2!\times....\times n_p!}$



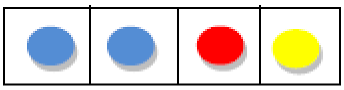
مثال : بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب الكرات في كل حالة

الحالة 1 : يوجد طريقتين هما





الحالة 2 : هنا تظهر أهمية معامل الترتيب يمكن حسابه مباشرة بتطبيق العلاقة لدينا



ومنه : $\dfrac{n!}{n_1!\times n_2!\times....\times n_p!}=\dfrac{4!}{2!\times1!\times1!}=12$ لدينا $4!$ لأن توجد أربع كرات . $2!$ لأن توجد كرتان من نفس اللون أي زرقاوين . $1!$ لأن توجد كرة حمراء فقط. $1!$ لأن توجد كرة صفراء فقط.

❸ التوفيقات : E مجموعة منتهية ذات n عنصرا $(n \geq 1)$ و p عدد طبيعي حيث $(n \geq P \geq 0)$

نسمي توفيقة ذات p عنصرا من عناصر E كل جزء من E ذي p عنصرا من عناصر E

ـ نرمز لعدد التوفيقات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصرا بالرمز C_n^p

خواص :

$C_n^0 = 1, \quad C_n^n = 1 \ , C_n^1 = n$

مبرهنة : من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(n \geq P \geq 0)$

$$\boxed{C_n^p = \frac{n(n-1)\times \ldots \times (n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}}$$

ملاحظات :

ـ بما أن : $\boxed{A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}}$ ، فإن : $\boxed{C_n^p = \frac{A_n^p}{p!}}$

أمثلة

1ـ أحسب الأعداد : C_5^2 ، C_7^3 .

2ـ عدد اللجان ذات 7 تلاميذ يمكن تشكيلها من قسم يحوي 20 تلميذ في تمثيلهم في منافسة بين الاقسام هو : $\boxed{C_{20}^7 = \frac{20!}{7! \times 13!} = 77520}$

3ـ عدد الطرق لسحب 3 كرات من كيس يحوي على 4 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء هو : $\boxed{C_9^3 = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84}$

خواص : 1) من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(n \geq P \geq 0)$ لدينا : $\boxed{C_n^p = C_n^{n-p}}$

2) من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(n-1 \geq P \geq 1)$ لدينا : $\boxed{C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}}$

ملخص طرق العد :

الطريقة/ المطلوب	تشكيل أعداد	تشكيل لجان	سحب من كيس	مجموعات
قائمة : n^p ترتيب العناصر مهم و التكرار ممكن	الأرقام يمكن أن تتكرر		على التوالي مع الإعادة	
ترتيبة: $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ ترتيب العناصر مهم والتكرار غير ممكن	الأرقام لا تتكرر	المهام محددة	على التوالي دون إعادة	
توفيقة: $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$		المهام غير محددة	في آن واحد	أجزاء مجموعة

استعمال الحاسبة ...... casio والحاسبات المشابهة لها...

- الزر الذي تجد فوقه التعليمة باللون البني يجب ان نضغط على shift لتفعيلها.
- الزر الذي تجد فوقه التعليمة باللون الاحمر يجب ان نضغط على alpha (الموجود بجانب shift) لتفعيلها.

▪ لحساب عدد التوفيقات C_n^p مثلا: C_5^3 نتبع مايلي نضغط 5 ثم shift ثم الزر $\boxed{\div}$ ثم 3 فنجد $C_5^3 = 10$

▪ لحساب عدد الترتيبات A_n^p مثلا: A_5^3 نتبع مايلي نضغط 5 ثم shift ثم الزر $\boxed{\times}$ ثم 3 فنجد $A_5^3 = 60$

❖ دستور ثنائي الحد :

a و b عددان طبيعيان ، n عدد طبيعي $(n \geq 1)$ لدينا:

p \ n	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n b^n$$

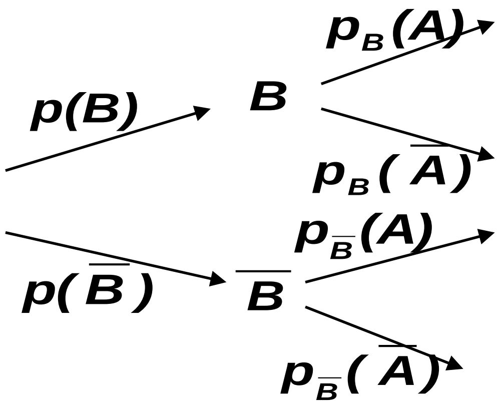
ملاحظة : A حدث احتماله p في اختبار عشوائي اذا اعيد الاختبار n مرة (باستقلالية) فان احتمال وقوع الحدث A بالضبط k مرة هو : $C_n^k \times (p)^k \times (1-p)^{n-k}$

❖ الإحتمالات الشرطية :

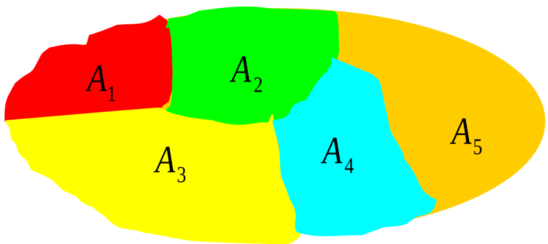
لتكن A و B حادثتين من مجموعة الإمكانيات Ω حيث $p(A) \neq 0$ احتمال الحادثة B علما أن A (أي الحادثة A قد وقعت أو تحققت) هو العدد الحقيقي $p_A(B)$ المعرف كمايلي : $p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}$

❖ **الحوادث المستقلة** : نقول أن الحدثين A و B مستقلين اذا وفقط اذا كان $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

❖ شجرة الاحتمالات



❖ دستور الاحتمالات الكلية :



لتكن $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ حوادث احتمالاتها غير معدومة تشكل تجزئة للمجموعة الشاملة E .لدينا من أجل كل حادثة B لدينا

$$p(B)=p(A_1\cap B)+p(A_2\cap B)+.....+p(A_n\cap B)$$

مع $p(A_k\cap B)=p(A_k)\times p_{A_k}(B)$ من أجل كل k حيث $1\le k\le n$

بالتوفيق في امتحان شهادة البكالوريا 2024

صفحة الأستاذ سوايسية هشام على الفايسبوك

https://www.facebook.com/profile.php?id=100093804905783

التمرين: باك 2008 م 1 ت ق

يحتوي كيس على 7 كرات منها ثلاثة بيضاء تحمل الأرقام -2 , 1 , 2 وأربعة حمراء تحمل الأرقام 2 , 2 , 1 , 1

(1) نسحب من الكيس كرة واحدة

(أ)ما احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1

(ب) إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال ان يكون لونها احمر

(2) نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون ارجاع

(أ) ما احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا

(ب) ما احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

(ج) ما احتمال ان يكون مجموع الرقمين الظاهرين هو 3

حل التمرين:

(1) نسحب من الكيس كرة واحدة

(أ) نسمي الحادث A (الحصول على كرة تحمل الرقم 1) : عدد الكرات التي تحمل الرقم 1 هو 3

عدد الكرات الكلية هو 7 اذن $P(A)=\frac{3}{7}$

(ب) نسمي B الحادث (الحصول على كرة حمراء)

احتمال الحادث: (الحصول على كرة لونها احمر علما انها تحمل الرقم 1) هو احتمال الحادث الشرطي $P_A(B)$

حيث $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ و $P(A\cap B)$ هو احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 وان تكون حمراء

$P(A\cap B)=\frac{4}{7}\times\frac{2}{4}=\frac{2}{7}$ ومنه $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{7}}=\frac{2}{3}$

(2) سحب من الكيس كرتين على التوالي دون ارجاع:

(أ) نسمي الحادث : C (الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا) : $P(C)=\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{7}$

(ب) نسمي الحادث D (الحصول على كرتين من نفس اللون) :

اي (الأولى بيضاء والثانية بيضاء) او (الأولى حمراء والثانية حمراء)

$$P(D)=\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}+\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{3}{7}$$

(ج) نسمي الحادث: E (مجموع الرقمين الظاهرين هو3) اي (الحصول على كرة تحمل رقم 1 وكرة تحمل الرقم 2)

$$P(E)=\frac{3}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{3}{14}$$

التمرين باك 2009 شعبة الرياضيات الموضوع الاول

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و6 حمراء

(1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد

(أ) احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء

(ب) احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب امله الرياضي $E(X)$

(3) (خارج البرنامج حاليا) نسحب من الكيس في ان واحد 3 كريات خمس مرات على التوالي مع الإعادة (الارجاع)

احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء مرتين بالضبط

حل التمرين

(1) (أ) حساب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء : عدد الحالات الكلية للسحب : $C_{10}^3=120$

وعدد الحالات الملائمة لسحب 3 كرات بيضاء هو: $C_4^3=4$

نسمي A الحادثة ((الحصول على 3 كريات بيضاء)) ومنه : $p(A)=\dfrac{C_4^3}{C_{10}^3}=\dfrac{4}{120}=\dfrac{1}{30}$

(ب) حساب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء:

نسمي B الحادثة : ((الحصول على الأقل على كرية حمراء))

الحصول على الأقل على كرية حمراء: تعني ((الحصول على 1 كرية حمراء) و (2 غير حمراء)) او (الحصول على 2 حمراء) و (1 كرية غير حمراء) او (3كريات حمراء))

عدد الحالات الملائمة للحادثة B هو : $C_6^1\times C_4^2+C_6^2\times C_4^1+C_6^3=36+60+20=116$

ومنه $p(B)=\dfrac{C_4^2+C_6^2\times C_4^1+C_6^3}{C_{10}^3}=\dfrac{116}{120}=\dfrac{29}{30}$

طريقة أخرى: الحادثة "الحصول على الأقل على كرة حمراء" هي الحادثة العكسية للحادثة A "3كريات بيضاء"

اذن $p(\overline{B})=p(A)=\dfrac{1}{30}$ ومنه $p(B)=1-p(\overline{B})=1-\dfrac{1}{30}=\dfrac{29}{30}$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة :

القيم التي يأخذها X هي : 0 , 1 , 2 , 3

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي: $p(X=0)=\dfrac{C_6^3}{C_{10}^3}=\dfrac{20}{120}=\dfrac{1}{6}$ و $p(X=1)=\dfrac{C_4^1\times C_6^2}{C_{10}^3}=\dfrac{60}{120}=\dfrac{1}{2}$

و $p(X=2)=\dfrac{C_4^2\times C_6^1}{C_{10}^3}=\dfrac{36}{120}=\dfrac{3}{10}$ و $p(X=3)=\dfrac{C_4^3}{C_{10}^3}=\dfrac{4}{120}=\dfrac{1}{30}$

$X=x_i$	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\dfrac{20}{120}$	$\dfrac{60}{120}$	$\dfrac{36}{120}$	$\dfrac{4}{120}$

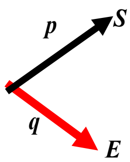
– حساب الأمل الرياضي:

$$E(X)=0\times\frac{20}{120}+1\times\frac{60}{120}+2\times\frac{36}{120}+3\times\frac{4}{120}=\frac{144}{120}=1,2$$

(3) سحب من الكيس في ان واحد 3 كريات (خمس مرات على التوالي مع الإعادة)

– حساب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء مرتين بالضبط:

عندما يكون للتجربة العشوائية مخرجان فقط ((S الحصول على 3 بيضاء) او (E عكسها)) نسميها تجربة برنولي.



احتمال تحقق الحادث هو: P واحتمال عدم تحقق الحادث هو : $1-P$

اذن احتمال الحصول على 3 بيضاء هو P اي $P=p(S)=p(A)=\dfrac{1}{30}$

(من السؤال (1)) وعدم تحقق هذا هو : $q=1-P$

نكرر التجربة 5 مرات متتابعة فهي سحبات مستقلة. ونهتم بالحصول على 3 بيضاء مرتين بالضبط

اذن $n=5$ هو عدد مرات التجربة و $k=2$ هو عدد مرات تحقق الحادث P

$$p(Y=k)=C_n^k\times P^k\times(1-P)^{n-k}$$

اذن احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء مرتين بالضبط هو $p(Y=2)$ وبالتالي :

$$p(Y=2)=C_5^2\times\left(\frac{1}{30}\right)^2\times\left(1-\frac{1}{30}\right)^{5-2}=10\times\left(\frac{1}{30}\right)^2\times\left(\frac{29}{30}\right)^3=\frac{10\times(29)^3}{(30)^5}\simeq 0,01$$

التمرين باك 2018 شعبة علوم تجريبية م 1

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها اربع كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 ، 3

و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة ب: 2 ، 3 ، 3

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثتين A : الكريات الثلاث المسحوبة تحمل الوان العلم الوطني

و B : الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم

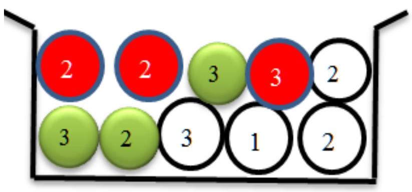
1) أ) احسب : $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب

ب) بين ان : $P(A\cap B)=\dfrac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب امله الرياضي $E(X)$

حل التمرينباك 2018 شعبة علوم تجريبية م 1



نسحب عشوائيا و في ان واحد 3 كريات من الصندوق :

عدد الحالات الكلية للسحب هو : $C_{10}^3=120$

(1) (أ)حساب : $P(A)$ و $P(B)$

الحادثة A : الكريات الثلاث المسحوبة تحمل الوان العلم الوطني :

أي الحصول على الالوان الثلاث : كرية حمراء و كرية بيضاء وكرية خضراء

عدد الحالات الملائمة للحادثة A هو : $C_4^1\times C_3^1\times C_3^1=4\times3\times3=36$

اذن $P(A)=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$

و الحادثة B : الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم : اي "الكرات الثلاث تحمل الرقم 2 من بين 5 كرات" او "الثلاث كرات تحمل الرقم 3 من بين 4 كرات"

عدد الحالات الملائمة لهذه الحادثة هو : $C_5^3+C_4^3=10+4=14$ ومنه $P(B)=\frac{14}{120}=\frac{7}{60}$

ب) تبيان ان : $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$:

الحادث $(A\cap B)$ هو " سحب 3 كرات من الوان مختلفة " و " الكريات الثلاث تحمل نفس الرقم "

اي " كرة خضراء و تحمل الرقم 2 وكرة حمراء تحمل الرقم 2 و كرة بيضاء تحمل الرقم 2" او " كرة خضراء وتحمل الرقم 3 و كرة حمراء وتحمل الرقم 3 وكرة بيضاء وتحمل الرقم 3 "

عدد الحالات الملائمة للحادث $(A\cap B)$ هو : $C_2^1\times C_2^1\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1\times C_2^1=2\times 2\times 1+1\times 1\times 2=6$

اذن $P(A\cap B)=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$

- استنتاج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}}=\frac{1}{20}\times\frac{10}{3}=\frac{1}{6}$$

ولدينا : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{36}{120}+\frac{14}{120}-\frac{6}{120}=\frac{11}{30}$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا :

قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0,1,2,3\}$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X : $(X=0)$ تعني الحصول على 3 كريات تحمل رقما زوجيا .

عدد الحالات الملائمة لهذا الحادث هو : $C_5^3=10$ ومنه $p(X=0)=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$

$p(X=1)=\frac{C_5^1\times C_5^2}{120}=\frac{50}{120}=\frac{5}{12}$ و $p(X=2)=\frac{C_5^2\times C_5^1}{120}=\frac{50}{120}=\frac{5}{12}$ و

$p(X=3)=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$

$X=x_i$	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

حساب الامل الرياضي $E(X)$:

$$E(X)=0\times\frac{1}{12}+1\times\frac{5}{12}+2\times\frac{5}{12}+3\times\frac{1}{12}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$$

التمرين باك 2018 شعبة تقني رياضي م 2

كيس به 7 كريات متماثلة ، لا نفرق بينهما باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء.

نسحب عشوائيا و في ان واحد كريتين من الكيس

1) احسب احتمال الحادثة A : " سحب كريتين مختلفتين في اللون ".

2) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كريتين من نفس اللون ".

نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و تعني DA دينار جزائري) .

فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$، و اذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$.

و اذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه . و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح او خسارة اللاعب بدلالة α .

1) برر ان قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$ ثم عرف قانون احتماله.

2) بين ان الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \dfrac{300}{7}$

ثم أوجد اكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

حل التمرين باك 2018 شعبة تقني رياضي م 2

كيس به 7 كريات 3 بيضاء و 4 خضراء (نسحب عشوائيا كرتين من الكيس)

(I) (1) حساب $P(A)$: الحصول على كرتين مختلفتين في اللون .

$$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_7^2} = \frac{3\times 4}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

2) حساب $P(B)$: الحصول على كرتين من نفس اللون

$$P(B) = \frac{C_3^2 + C_4^2}{C_7^2} = \frac{3+6}{21} = \frac{3}{7}$$

(II) X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب الذي دفع α دينار:

(1) تبرير أن قيم المتغير العشوائي X هي : $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$

اللاعب يدفع αDA ويسحب كرتين في آن واحد .

الحصول على كرتين خضراوين ؛ الحصول على كرتين بيضاوين ؛ الحصول على كرة بيضاء وكرة خضراء

*الحصول على كرتين بيضاوين يربح $100DA$ ومنه $X = 100 - \alpha$

*الحصول على كرتين مختلفتين يربح $50DA$ ومنه $X = 50 - \alpha$

*الحصول على كرتين خضراوين يخسر ما دفعه ومنه $X = -\alpha$

قانون احتمال X :

X	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)=$	$\frac{C_3^2}{21}=\frac{1}{7}$	$\frac{C_3^1\times C_4^1}{21}=\frac{4}{7}$	$\frac{C_4^2}{21}=\frac{2}{7}$

$$P(X=100-\alpha)=\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}$$

$$P(X=50-\alpha)=P(A)=\frac{12}{21}$$

$$P(X=-\alpha)=\frac{C_4^2}{21}=\frac{6}{21}$$

(2) إثبات أن الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$

لدينا $E(X)=(100-\alpha)\left(\frac{3}{21}\right)+(50-\alpha)\left(\frac{12}{21}\right)+(-\alpha)\left(\frac{6}{21}\right)$

ومنه $E(X)=\frac{300-3\alpha+600-12\alpha-6\alpha}{21}=\frac{900\alpha-21}{21}$

نجد $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$

إيجاد أكبر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب :

تكون اللعبة في صالح اللاعب إذا كان $E(X)\succ 0$ ومنه $-\alpha+\frac{300}{7}\succ 0$ ومنه $\alpha\prec\frac{300}{7}$ ومنه $\alpha\prec 42,85$

ومنه أكبر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب هي : $\alpha=42$

التمرين باك 2018 شعبة رياضيات م 2

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1، 1، 2، 2، 2وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : -3، 2، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ : -1

نسحب عشوائيا 4كريات في ان واحد .

(1) احسب احتمال الحوادث التالية :

A : الحصول على أربع كريات من نفس اللون .

B: الحصول على كرية بيضاء على الأكثر .

C: الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

(أ)- عيَن قيم المتغير العشوائي X ثمَ عرف قانون احتماله .

(ب)- أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

(ج) أحسب احتمال الحادثة : $X^2-X\succ 0$

حل التمرين باك 2018 شعبة رياضيات م 2:

(1) حساب احتمال الحوادث :

عدد الإمكانيات الكلية لسحب 4 كريات في آن واحد هو $C_9^4=\frac{9!}{4!\times 5!}=\boxed{126}$.

A: "الحصول على أربع كريات من نفس اللون" يعني 4 كلها حمراء ومنه $P(A)=\frac{C_5^4}{126}=\frac{5}{126}$.

B: "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر" معناه :

(واحدة بيضاء وثلاث من اللونين الآخرين) أو (4 كريات كلها ليست من اللون الأبيض) ومنه

$P(B)=\frac{C_1^1\times C_8^3+C_8^4}{126}=\frac{56+70}{126}=1$.

C: "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم" أي نحصل على $\{2;2;-1;-3\}$ او $\{3;1;-1;-3\}$

ومنه $P(C)=\frac{C_1^1\times C_1^1\times C_4^2+C_1^1\times C_1^1\times C_2^1}{126}=\frac{6+2}{126}=\frac{4}{63}$.

(2)(أ) قيم المتغير العشوائي X هو عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس : لدينا تسعة كريات من بينها 3 كريات خضراء ومنه عندما نسحب أربع كريات فإما يتبقى 3 خضراء أو 2 خضراء أو 1 خضراء أو 0 خضراء أي $X=\{0;1;2;3\}$.

$P(X=0)=\frac{C_3^3\times C_6^1}{126}=\frac{6}{126}=\frac{1}{21}$ ، $P(X=1)=\frac{C_3^2\times C_6^2}{126}=\frac{45}{126}=\frac{5}{14}$

$P(X=2)=\frac{C_3^1\times C_6^3}{126}=\frac{60}{126}=\frac{10}{21}$ ، $P(X=3)=\frac{C_6^4}{126}=\frac{15}{126}=\frac{5}{42}$

ومنه قانون الإحتمال للمتغير العشوائي معرف في الجدول التالي:

X_i	0	1	2	3
$p(X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

(ب) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\times\frac{6}{126}+1\times\frac{45}{126}+2\times\frac{60}{126}+3\times\frac{15}{126}=\frac{210}{126}=\frac{5}{3}$$

(ج) حساب احتمال الحادثة $X^2-X\succ 0$:

$X^2-X\succ 0$ معناه $X(X-1)\succ 0$ أي يجب أن يكون $(X=2)$ أو $(X=3)$

ومنه $P(X^2-X\succ 0)=P(X=2)+P(X=3)=\frac{60}{126}+\frac{15}{126}=\frac{25}{42}$

التمرين باك 2019 الشعبة علوم تجريبية . م 1

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها اربع كريات تحمل الرقم 1 وكرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها اربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كريتين من الكيس في أن واحد و نعتبر الحادثتين A و B حيث : A : سحب كريتين من نفس اللون ،

B : سحب كريتين تحملان نفس الرقم

(1) بين ان احتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب احتمال الحادثة B .

(2) علما انا الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال ان تحمل نفس الرقم ؟

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب امله الرياضياتي $E(X)$.

حل التمرين باك 2019 الشعبة علوم تجريبية م 1

(1) الحدث A سحب كريتين من نفس اللون أي اما كريتان حمراء من بين 5 حمراء او كريتان خضراء من بين 7 خضراء

ومنه $P(A)=\frac{C_5^2+C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{10+21}{78}=\boxed{\frac{31}{66}}$ ، $P(B)=\frac{C_8^2+C_4^2}{C_{12}^2}=\frac{28+6}{78}=\frac{34}{78}=\boxed{\frac{17}{39}}$

(2) الاحتمال المطلوب هو احتمال شرطي أي $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ و $A\cap B$ هو الحدث كريتان من نفس اللون

ونفس الرقم أي (اما 2 حمراء تحمل الرقم 1 او 2 خضراء تحمل الرقم 1 او 2 خضراء تحمل رقم 2)

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{C_4^2+C_4^2+C_3^2}{66}}{\frac{31}{66}}=\frac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}}=\boxed{\frac{15}{31}}$$

(3) X المتغير العشوائي والذي يساوي عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس بعد سحب كريتان في آن واحد اذن:

$$X=\{3;4;5\}$$

$P(X=3)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{10}{66}=\boxed{\frac{5}{33}}$ ، $P(X=4)=\frac{C_5^1\times C_7^1}{C_{12}^2}=\boxed{\frac{35}{66}}$ ، $P(X=5)=\frac{C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{21}{66}=\boxed{\frac{7}{22}}$

ويكون القانون ملخص في الجدول التالي:

$X=x_i$	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$

الأمل الرياضياتي هو :

$$E(X)=3\times\frac{10}{66}+4\times\frac{35}{66}+5\times\frac{21}{66}=\boxed{\frac{275}{66}}.$$

التمرين باك 2019 الشعبة علوم تجريبية م 2

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 وثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحل الرقم 2 , نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب , جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة

(1) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$

(2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$

(3) نسحب الان من الصندوق كريتان على التوالي دون ارجاع

ما احتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما ان جداءهما زوجي ؟

حل التمرين باك 2019 الشعبة علوم تجريبية م 2

الكريات أرقامها: $\{0;0;1;1;1;2;2;2;2;2\}$

(1) من خلال هذه الأرقامفان ناتج جداء أي ثلاث ارقام منهاهو: 0 أو 1 أو 2 أو 4 أو 8

ومنه قيم المتغير العشوائي هي $X=\{0;1;2;4;8\}$

الحادث : $(X=0)$ هو سحب كرتين رقميهما 0 وأخرى غير 0 أو كرة تحمل الرقم 0 وكرتين لا تحملان الرقم 0

إذن : $P(X=0)=\frac{C_2^1\times C_8^2+C_2^2\times C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{56+8}{120}=\frac{64}{120}=\boxed{\frac{8}{15}}$

الحادث: $(X=1)$: أي سحب ثلاث كرات تحمل الرقم 1 : ومنه $P(X=1)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{1}{120}}$

الحادث $(X=2)$ هو سحب كرتين تحملان الرقم 1 وكرة تحمل الرقم 2 ومنه

$$P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{15}{120}=\boxed{\frac{1}{8}}$$

الحادث $(X=4)$ هو سحب كرتين تحملان الرقم 2 وكرة تحمل الرقم 1 ومنه

$$P(X=4)=\frac{C_3^1\times C_5^2}{C_{10}^3}=\frac{30}{120}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

الحادث $(X=8)$ هو سحب ثلاث كرات تحمل الرقم 2 ومنه $P(X=8)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}=\boxed{\frac{1}{12}}$.

فيكون قانون احتمال المتغير العشوائي X ملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	4	8	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{64}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$	1

الأمل الرياضياتي: $E(X)=0\times\frac{64}{120}+1\times\frac{1}{120}+2\times\frac{15}{120}+4\times\frac{30}{120}+8\times\frac{10}{120}=\frac{231}{120}=\boxed{\frac{77}{40}}$.

(2) الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما زوجية : نعلم ان عدد الكريات التي تحمل رقما زوجيا هو 7 حيث كريتين تحملان الرقم 0 وخمس كريات تحمل الرقم 2 أي أن كل منها اما رقمها 0 او 2 ومنه :

$P=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{35}{120}=\boxed{\frac{7}{24}}$.

(3)نسمي A الحدث مجموع رقمي الكريتين فردي و الحدث B جداؤهما زوجي: (السحب على التوالي دون ارجاع)

$A\cap B$ هو الحدث الحصول على كريتين مجموع رقميهما فردي وجداؤهما زوجي أي 0 مع 1 مضروبة في 2 لان الترتيب مهم او 1 مع 2كذلك مضروبة في 2 ومنه $P(A\cap B)=\frac{A_2^1\times A_3^1\times 2+A_3^1\times A_5^1\times 2}{A_{10}^2}=\frac{42}{90}=\boxed{\frac{7}{15}}$

أيضا Bمعناه إما تحملان الرقم 0 او الأولى رقم 0 والثانية 1 او الاولى 0 والثانية 2 او الاولى 1 والثانية 2 او كلاهما2 فنجد:

$$P(B)=\frac{A_2^2+\left(A_2^1\times A_3^1\times 2\right)+\left(A_2^1\times A_5^1\times 2\right)+\left(A_3^1\times A_5^1\times 2\right)+A_5^2}{A_{10}^2}=\frac{2+12+20+30+20}{90}=\frac{84}{90}=\boxed{\frac{14}{15}}$$

ومنه فان الاحتمال المطلوب هو: $P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{7}{15}}{\frac{14}{15}}=\frac{7}{14}=\boxed{\frac{1}{2}}$.

التمرين باك 2019 شعبة تقني رياضي. م 1

توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . إختر الإجابة الصحيحة مبررا اختيارك

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكرتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2. (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس).

نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا وفي أن واحد . X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة

(1) قيم المتغير العشوائي X هي: (أ) $\{1,2,3\}$ (ب) $\{0,2,3\}$ (ج) $\{0,1,2\}$

(2) الامل الرياضياتي $E(X)$ هو : (أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ (ب) $E(X)=\frac{6}{5}$ (ج) $E(X)=\frac{11}{10}$

(3) احتمال الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة يساوي :

(أ) $\frac{7}{10}$　　(ب) $\frac{9}{10}$　　(ج) $\frac{3}{5}$

(4) احتمال باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 يساوي :

(أ) $\frac{2}{5}$　　(ب) $\frac{3}{10}$　　(ج) $\frac{1}{5}$

حل التمرين باك 2019 شعبة تقني رياضي. م 1

عدد الكرات بالألوان $3B$ و $2N$

(1)قيم المتغير X هيعدد الكرات السوداء المسحوبة و منه قيم X هي 0 و 1 و 2 و منه الإجابة الصحيحة هي (ج)

(2)الأمل ألرياضياتي : عدد الحالات الممكنة $C_5^3=10$

$P(X=0)=\frac{C_3^3}{10}=\frac{1}{10}$ و $P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{10}=\frac{6}{10}$ و $P(X=2)=\frac{C_2^2\times C_3^1}{10}=\frac{3}{10}$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

الأمل ألرياضياتي : هو $E(X)=0\frac{1}{10}+1\frac{6}{10}+2\frac{3}{10}=\frac{0+6+6}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$ الإجابة الصحيحة هي (ب) .

(3)احتمال الحصول على كرة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 هو $P(A)=\frac{C_1^1\times C_3^2+C_2^2\times C_3^1}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

و منه الإجابة الصحيحة هي (ج).

(4)باقي مجموع المربعات :

$1^2+2^2+2^2\equiv 9[13]$ أو $1^2+2^2+3^2\equiv 1[13]$ أو $1^2+2^2+1^2\equiv 6[13]$

أو $1^2+1^2+3^2\equiv 11[13]$ أو $2^2+2^2+3^2\equiv 4[13]$

و احتمال ان يكون مجموع المربعات باقي قسمة على 13 هو 1 هي الحالة : $1^2+2^2+3^2\equiv 1[13]$

ومنه $P(B)=\frac{C_2^1\times C_2^1\times C_1^1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ الإجابة الصحيحة هي (أ)

التمرين باك 2019 شعبة تقني رياضي .م 2

يحتوي كيس على أربع كريات بيضا تحمل الأرقام : 1 ، 2 ،3 ، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ،3

وكريتين سوداوين تحملاى الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة ولا نفرق بينها باللمس)

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس . أحسب احتمال الحوادث التالية :

(أ) الحادثة A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة "

(ب) الحادثة B : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر "

(ج) الحادثة C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية "

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون إحتماله

(ب) أحسب $P\left(X^2-X\le 0\right)$

حل التمرين باك 2019 شعبة تقني رياضي م. 2

كريتان سوداوان $2N$ وثلاث كرات حمراء $3R$ و أربعة بيضاء $4B$

عدد الحالات الممكنة للسحب هو $C_9^3=84$

(1)حساب الاحتمالات (A) (الحصول على كرة بيضاء) : $P(A)=\dfrac{C_4^1\times C_5^2}{84}=\dfrac{40}{84}=\dfrac{10}{21}$

(B)(كريتان بيضاء على الأكثر) : $P(B)=\dfrac{C_4^2\times C_5^1+C_4^1\times C_5^2+C_5^3}{84}=\dfrac{80}{84}=\dfrac{20}{21}$

(C):(ثلاث كرات ذات ارقام غير أولية) أي سحب ثلاث كرات من الأرقام : 1 ، 4 ، 1 ، 1

$P(C)=\dfrac{C_4^3}{84}=\dfrac{4}{84}=\dfrac{1}{21}$

(2)(أ)قيم المتغير العشوائي X هي قيم المجموعة $\{3,2,1,0\}$

قانون الاحتمال : الحادث $(X=0)$معناه لا نحصل على أي كرة تحمل رقما أوليا ومنه $P(X=0)=\dfrac{C_4^3}{84}=\dfrac{4}{84}$

وكذلك الحادث $(X=1)$ معناه الحصول على كرة واحدة تحمل رقما فرديا ومنه $P(X=1)=\dfrac{C_4^2\times C_5^1}{84}=\dfrac{30}{84}$

وأيضا $P(X=2)=\dfrac{C_4^1\times C_5^2}{84}=\dfrac{40}{84}$ و كذلك $P(X=3)=\dfrac{C_5^3}{84}=\dfrac{10}{84}$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

حساب الأمل الرياضياتي :

$E(X)=\dfrac{0+30+80+30}{84}$ أي أن $E(X)=\dfrac{140}{84}$ و منه $E(X)=\dfrac{5}{3}$.

(ب)حساب $P\left(X^2-X\le 0\right)$:

لدينا $X^2-X\le 0$ يكافئ $(X-1)X\le 0$ يعني أن $0\le X\le 1$ و منه $P\left(X^2-X\le 0\right)=\dfrac{4}{84}+\dfrac{30}{84}$

أي أن $P\left(X^2-X\le 0\right)=\dfrac{34}{84}$ إذن $P\left(X^2-X\le 0\right)=\dfrac{17}{42}$.

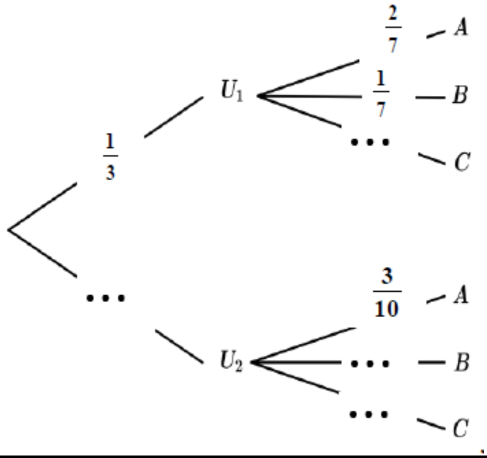
التمرين باك 2019 شعبة رياضيات م 2

صندوقان غير شفافين U_1 وU_2 يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين

(الكريات كلها متشابهة لا نفرق بينهما عند اللمس)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 الى 6

إذا ظهر الرقمان 2 او 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1 و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2



نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ:

A " سحب كريتين حمراوين " B : " سحب كريتين سوداوين " و C : " سحب كريتين من لونين مختلفين "

(1) انقل ، و اكمل شجرة الاحتمالات .

(2) احسب احتمالات الأحداث A ، B و C .

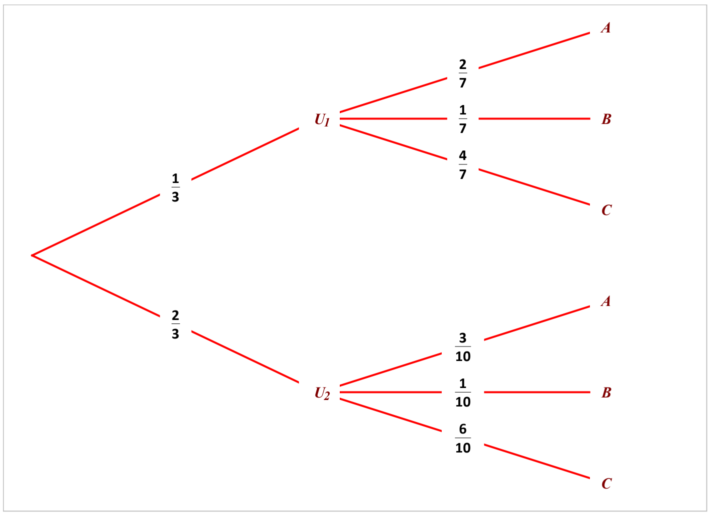
(3)نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X

(ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

(4) احسب الامل الرياضياتي $E(X)$

حل التمرين باك 2019 شعبة رياضيات م 2:



(1) نقل و إكمال شجرة الإحتمالات :

لدينا $P_{U_2}(B)=\dfrac{C_2^2}{C_5^2}=\dfrac{1}{10}$ و

$P_{U_2}(A)=\dfrac{3}{10}$ و $P_{U_2}(C)=\dfrac{6}{10}$

(2) حساب الإحتمالات :

$$p(A)=p(A\cap U_1)+p(A\cap U_2)$$

أي :

$p(A)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{7}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{10}$ و منه : $p(A)=\dfrac{31}{105}$.

(. $p(B)=p(B\cap U_1)+p(B\cap U_2)$ أي : $p(B)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{7}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{10}$ و منه : $p(B)=\dfrac{12}{105}$.

(. $p(C)=p(C\cap U_1)+p(C\cap U_2)$ أي : $p(C)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{4}{7}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5}$ و منه : $p(C)=\dfrac{62}{105}$.

3) أ) تعيين قيم المتغير العشوائي :

المتغير العشوائي X يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة و منه : $X\in\{0;1;2\}$.

ب) تعيين قانون الإحتمال :

$p(X=0)=p(B)=\dfrac{12}{105}$ و $p(X=1)=p(C)=\dfrac{62}{105}$ و $p(X=2)=p(A)=\dfrac{31}{105}$

X_i	0	1	2
$P_i(X_i)$	$\dfrac{12}{105}$	$\dfrac{62}{105}$	$\dfrac{31}{105}$

4) حساب الأمل الرياضي :

$E(X)=\dfrac{(0\times12)+(1\times62)+(2\times31)}{105}$ أي : $E(X)=\dfrac{124}{105}$.

التمرين باك 2020 الشعبة علوم تجريبية م 1

يحتوي وعاء U على 4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء ويحتوي وعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء

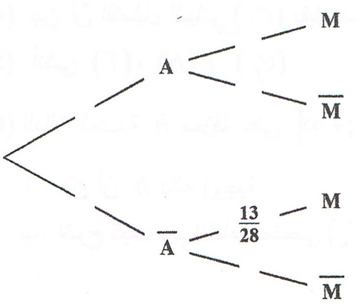
(كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الوعاءين بالكيفية التالية .

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 الى 6 , اذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكريتين من Uوفي باقي الحالات نسحب الكريتين من V.

نسمي Aالحدث :" الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 "

نسمي Mالحدث: " الحصول على كريتين من نفس اللون "



(1) تحقق أن $P(\overline{A})$احتمال السحب من الوعاء Vهو $\dfrac{2}{3}$

(2) علما ان الكريتين المسحوبتين من Uبين ان احتمال ان تكونا من نفس اللون $\dfrac{7}{15}$

(3) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها واستنتج $p(M)$

(4) أحسب $P_M(A)$احتمال السحب من الوعاء Uعلما ان الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون .

حل التمرين باك 2020 الشعبة علوم تجريبية م 1

الوعاء U يحوي 4R و 6N والوعاء V يحوي 5R و 3N

(1) التحقق أن $P(\overline{A})$احتمال السحب من الوعاء Vهو $\dfrac{2}{3}$:

الحدثA :" الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 "

الحادث $\overline{A}$هو الحادث المعاكس للحادث Aأي :" الحصول على أحد الأرقام 1 أو 2 أو 4 أو 6 " هناك 4 إمكانيات لسحب بطاقة من كيس فيه 6 بطاقات . إذن : $P(\overline{A})=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

نسمي Mالحدث: " الحصول على كريتين من نفس اللون "

(2) عدد إمكانيات سحب كريتين في آن واحد من الوعاء U هو $C_{10}^{2}=45$

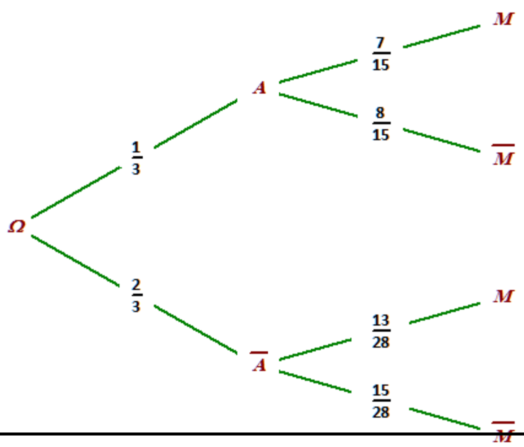
الكريتان المسحوبتان من U.احتمال ان تكونا من نفس اللون اي سحب كريتين حمراء أو كريتين سوداء

ومنه $P_U(M)=P_A(M)=\dfrac{C_4^2+C_6^2}{C_{10}^2}=\dfrac{6+15}{45}=\dfrac{7}{15}$

(3) (أ) تكملة شجرة الاحتمالات :

$p(A)=1-p(\overline{A})=1-\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$

$P_A(M)=\dfrac{7}{15}$ ومنه $P_A(\overline{M})=1-P_A(M)=1-\dfrac{7}{15}=\dfrac{8}{15}$



$$P_{\overline{A}}\left(\overline{M}\right)=1-P_{\overline{A}}\left(M\right)=1-\frac{13}{28}=\frac{15}{28}$$

(ب) استنتاج $p\left(M\right)$:

$$p\left(M\right)=p\left(A\cap M\right)+p\left(\overline{A}\cap M\right)=p\left(A\right)\times p_{A}\left(M\right)+p\left(\overline{A}\right)\times p_{\overline{A}}\left(M\right)$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{7}{15}+\frac{2}{3}\times\frac{13}{28}=\frac{293}{630}$$

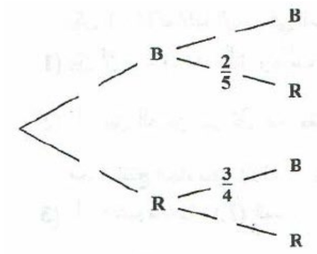
(4) حساب $P_{\overline{M}}\left(A\right)$ احتمال السحب من الوعاء U علما ان الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون :

$$P_{\overline{M}}\left(A\right)=\frac{P\left(\overline{M}\cap A\right)}{P\left(\overline{M}\right)} \quad \text{و} \quad P\left(\overline{M}\right)=1-P\left(M\right)=1-\frac{293}{630}=\frac{337}{630}$$

و $P\left(\overline{M}\cap A\right)=\frac{1}{3}\times\frac{8}{15}=\frac{8}{45}$ اذن $P_{\overline{M}}\left(A\right)=\frac{\frac{8}{45}}{\frac{337}{630}}=\frac{8}{45}\times\frac{630}{337}=\frac{112}{337}$

التمرين باك 2020 الشعبة علوم تجريبية م 2

كيس به 3كريات بيضاء و كريتين حمراوين لا نميز بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية :



إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها الى الكيس واذا كانت حمراء لا نعيدها الى الكيس .

(1)(أ) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها

B يرمز الى الحصول على كرية بيضاء و R الى الحصول على كرية حمراء

(ب) احسب احتمال ان تكون الكرة المسحوبة الثانية حمراء

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة

(أ) عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X

(ب) بين أن $p\left(X=1\right)=\frac{27}{50}$ ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

(ج) أحسب $E\left(X\right)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X

حل التمرين باك 2020 الشعبة علوم تجريبية م 2

(3B) و (2R) ، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس .

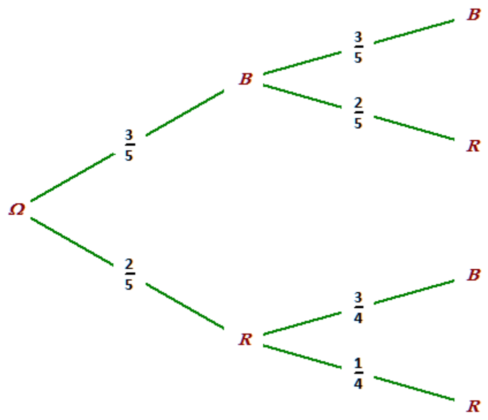
(1)(أ) تكملة شجرة الاحتمالات :

إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها الى الكيس فيكون عدد الكريات البيضاء في السحب الثاني هو 3 .

عند سحب الكرية الأولى اذا كانت بيضاء فان $P\left(B\right)=\frac{3}{5}$

وبما ان $P\left(R\right)+P\left(B\right)=1$ فان

$$P\left(R\right)=1-P\left(B\right)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$



وهكذا نكمل مع سحب الكرية الثانية فنحصل على الشجرة التالية

(ب) حساب احتمال ان تكون الكرة المسحوبة الثانية حمراء :

من الشجرة نجد أن احتمال ان تكون الكرة المسحوبة الثانية حمراء هو :

$$P_2 = P(B)\times P_B(R) + P(R)\times P_R(R) = \frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{17}{50}$$

(2) (أ) X هو المتغير العشوائي قيمته عدد الكريات الحمراء المسحوبة فتكون مجموعة قيمه هي: $\{0,1,2\}$

(ب) إثبات أن $p(X=1)=\frac{27}{50}$:

الحادث $X=1$ يعني الحصول على كرة واحدة حمراء عند سحب كريتين . ومن الشجرة نجد

$$p(X=1)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{50}$$

قانون احتمال المتغير العشوائي X :

$$p(X=0)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25} \quad \text{و} \quad p(X=2)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$$

$X=x_i$	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{9}{25}$	$\frac{27}{50}$	$\frac{1}{10}$

(ج) حساب $E(X)$ الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X :

$$E(X)=0\times\frac{9}{25}+1\times\frac{27}{50}+2\times\frac{1}{10}=\frac{37}{50}$$

التمرين باك 2020 الشعبة تقني رياضي م 1

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ :2 ، 2 ، 2 ، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ :3 ، 3 ، 2 . الكريات لا نفرق بينها باللمس .نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين من هذا الكيس .

(1) نعتبر الحدثين : A" الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم " و B" الحصول على كريتين مختلفتين في اللون"

(أ) احسب احتمال كل من الحدثين A و B.

(ب) بين أن احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم ومختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$.

(ج)استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفتين في اللون .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الرقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين . عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

(3) في لعبة يقوم لاعب بسحب كرتين : إذا كان جداء رقميهما 4 يربح x^2 دينار وإذا كان جداء رقميهما 6 يخسر y^2 دينار واذا كان جداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار . (x و y عددان طبيعيان غير معدومين) .

عين قيمة كل من x و y حتى تكون اللعبة عادلة .

حل التمرين باك 2020 الشعبة تقني رياضي م 1

$4R$مرقمة: 2 ، 2 ، 2 ، 2 و $3V$ مرقمة بـ :3 ، 3 ، 2 . .نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين من هذا الكيس .

(1) A" الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم " و B" الحصول على كريتين مختلفتين في اللون"

(أ) حساب احتمال كلا من الحدثين A و B:

عدد إمكانيات سحب كريتين من الكيس هو $C_7^2=21$

–"سحب كريتين تحملان نفس الرقم" تعني (كريتان تحملان رقم 2) او (كريتان تحملان الرقم 3)

عدد الامكانيات هو $C_5^2+C_2^2=10+1=11$ ومنه $p(A)=\frac{11}{21}$

– "سحب كريتين مختلفتين في اللون" أي (كرية حمراء و كرية خضراء)

عدد الامكانيات هو $C_4^1\times C_3^1=4\times 3=12$ ومنه $p(B)=\frac{12}{21}$

(ب) تبيان أن احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم ومختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$:

هذا الحادث هو $A\cap B$ (كرية حمراء تحمل رقم 2 و كرية خضراء تحمل رقم 2) وعدد امكانياته هو : $C_4^1\times C_1^1$

$$p(A\cap B)=\frac{C_4^1\times C_1^1}{21}=\frac{4}{21}$$

(ج) احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفتين في اللون : هذا الحادث هو

$A\cup B$ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=\frac{11}{21}+\frac{12}{21}-\frac{4}{21}=\frac{19}{21}$

(2) Xالمتغير العشوائي : " جداء الرقمين الظاهرين على الكريتين" فقيمه هي : 4 أو 6 أو 9 .

$p(X=4)=\frac{C_5^2}{21}=\frac{10}{21}$ و $p(X=6)=\frac{C_2^1\times C_5^1}{21}=\frac{10}{21}$ و $p(X=9)=\frac{C_2^2}{21}=\frac{1}{21}$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

$x_i=$	4	6	9
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{21}$

(3) إذا كان جداء رقميهما 4 يربح x^2دينار وإذا كان جداء رقميهما 6 يخسر y^2 دينار واذا كان جداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار .تكون اللعبة عادلة اذا كان $E(X)=0$

حيث $E(X)=x^2\times p(X=4)+(-y^2)\times p(X=6)+(-130)\times p(X=9)=0$

ومنه $x^2\times\frac{10}{21}-y^2\times\frac{10}{21}+(-130)\times\frac{1}{21}=0$ أي $10x^2-10y^2-130=0$ ومنه $x^2-y^2=13$

أي $(x-y)(x+y)=13$ ومنه $\begin{cases}x+y=13\\x-y=1\end{cases}$ وبالجمع نجد $2x=14$ وبالتالي $x=7$ ومنه $y=6$

او $\begin{cases}x-y=13\\x+y=1\end{cases}$وبالجمع نجد $2x=14$وبالتالي $x=7$ ومنه $y=-6$مرفوض لان x وy عددان طبيعيان

التمرين باك 2020 الشعبة تقني رياضي م 2

يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرقمين 1 ، 2 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ :1 ، 2 ، 2 .و أربع كريات بيضاء تحمل الارقام :2 ، 3 ، 3 ، 4 (الكريات لا نفرق بينها باللمس) .

(I) نسحب 3 كريات في آن واحد من الكيس .

(1) أحسب احتمال كل من الحدثين A وB التاليين .

"A الحصول على 3 كريات من نفس اللون " و "B الحصول على كرية بيضاء على الأقل"

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر الأرقام المحصل عليها .

(أ) بين أن $P(X=3)=\frac{3}{7}$ ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

(ب) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X

(II) نسحب الان 3 كريات على التوالي دون إرجاع .

ليكن C الحدث " الحصول على 3 أرقام جداؤها عدد زوجي " . أحسب احتمال الحدث C

حل التمرين باك 2020 الشعبة تقني رياضي م 2

$2V$ مرقمتان 1 ، 2 و $3R$ مرقمة بـ :1 ، 2 ، 2 .و $4B$ مرقمة :2 ، 3 ، 3 ، 4

(I) نسحب 3 كريات في آن واحد من الكيس :

عدد الحالات الكلية للسحب هو $C_9^3=84$

(1) حساب احتمال الحدث A "الحصول على 3 كريات من نفس اللون " أي $3R$ او $3B$

عدد الحالات الملائمة هو $C_3^3+C_4^3=1+4=5$ ومنه $P(A)=\frac{C_3^3+C_4^3}{C_9^3}=\frac{5}{84}$

حساب احتمال الحدث B:

" الحصول على كرية بيضاء على الأقل" أي (($1B$ و $2\overline{B}$) او ($2B$ و $1\overline{B}$) او ($3B$))

عدد الامكانيات هو : $C_4^1\times C_5^2+C_4^2\times C_5^1+C_4^3=4\times10+6\times5+4=74$

ومنه $P(B)=\frac{C_4^1\times C_5^2+C_4^2\times C_5^1+C_4^3}{C_9^3}=\frac{74}{84}=\frac{37}{42}$

(2) X المتغير العشوائي (أكبر الأرقام المحصل عليها) : قيمه هي 2 أو 3 أو 4 .

(أ) تبيان أن $P(X=3)=\frac{3}{7}$

الحادث $(X=3)$ معناه (كرية تحمل رقم 3 وكريتين تحملان أرقام أخرى ماعدا الرقم 3 و 4) أو (كريتين تحملان الرقم 3 وكرية تحمل رقما أخر ماعدا 4)

$$P(X=3)=\frac{C_2^1\times C_6^2+C_2^2\times C_6^1}{C_9^3}=\frac{36}{84}=\frac{3}{7}$$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

$$P(X=2)=\frac{C_2^1\times C_4^2+C_2^2\times C_4^1+C_4^3}{C_9^3}=\frac{20}{84}=\frac{5}{21} \quad \text{و} \quad P(X=4)=\frac{C_1^1\times C_8^2}{C_9^3}=\frac{28}{84}=\frac{1}{3}$$

$X=x_i$	$X=2$	$X=3$	$X=4$
$p(X=x_i)$	$\frac{20}{84}$	$\frac{36}{84}$	$\frac{28}{84}$

(ب) حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X:

$$E(X)=2\times\frac{20}{84}+3\times\frac{36}{84}+4\times\frac{28}{84}=\frac{65}{21}$$

(II) نسحب الآن 3 كريات على التوالي دون إرجاع : عدد الحالات الكلية للسحب هو : $9\times8\times7=504$

C الحدث " الحصول على 3 أرقام جداؤها عدد زوجي "

نعتبر الحادث المعاكس "$\overline{C}$" الحصول على 3 أرقام جداؤها عدد فردي " أي سحب 3 أرقام فردية من 4 أرقام تحمل رقما فرديا . عدد إمكانيات الحادث $\overline{C}$ هو : $A_4^3=24$ وبالتالي $P\left(\overline{C}\right)=\frac{24}{504}=\frac{1}{21}$

إذن احتمال الحدث C هو : $P\left(C\right)=1-P\left(\overline{C}\right)=1-\frac{1}{21}=\frac{20}{21}$

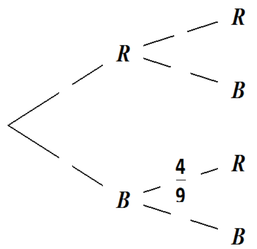
ملاحظة : يمكن استعمال الشجرة : الحادث $\overline{C}$ " الحصول على 3 كريات تحمل رقم فردي " (impair)

$\xrightarrow{\frac{4}{9}} imp \xrightarrow{\frac{3}{8}} imp \xrightarrow{\frac{2}{7}} imp$ ومنه $P\left(\overline{C}\right)=\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{21}$ اذن $P\left(C\right)=1-P\left(\overline{C}\right)=\frac{20}{21}$

التمرين باك 2020 الشعبة رياضي م 1

صندوق به 5 كريات بيضاء وثلاث كريات حمراء .(الكريات لا نفرق بينها باللمس) .

نسحب من الصندوق كرية واحدة حيث: اذا ظهرت حمراء نعيدها الى الصندوق ونضيف له كرية بيضاء وإذا ظهرت بيضاء نعيدها الى الصندوق ونضيق له كرية حمراء ثم نكرر العملية مرة ثانية .



(1) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة التي تنمذج هذه التجربة ثم أكملها

(2)بين أن احتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء هو $\frac{1}{8}$

(3) احسب احتمال أن يوجد في الصندوق 4 كريات حمراء على الاقل

(4) ليكن Xالمتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد الكريات البيضاء الموجودة في الصندوق بعد العملية الثانية .

(ا) برر ان المتغير قيم العشوائي Xهي : 5 ، 6 ، 7 .

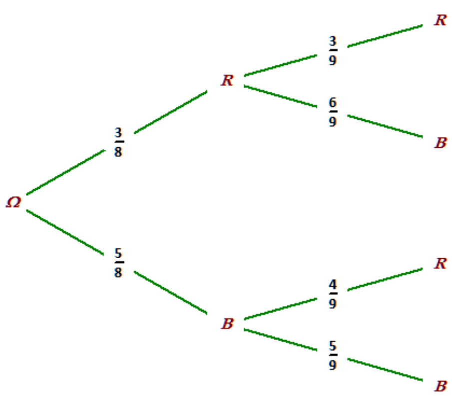
(ب)عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضي $E\left(X\right)$

حل التمرين باك 2020 الشعبة رياضي م 1

$5B$و $3R$

نسحب من الصندوق كرية واحدة . اذا ظهرت حمراء نعيدها الى الصندوق ونضيف له كرية بيضاء وإذا ظهرت بيضاء نعيدها الى الصندوق ونضيق له كرية حمراء ثم نكرر العملية مرة ثانية .

(1) شجرة الاحتمالات :



(2)تبيان أن احتمال الحادث A" أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء" هو $\frac{1}{8}$:

حتى يتحقق الحادث A يجب ان تكون الكرية المسحوبة الاولى حمراء وأن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء .

المسار الذي يحقق هو $R \to R$. أي $p(A)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{9}=\frac{1}{8}$

(3) حساب احتمال الحادث B" أن يوجد في الصندوق 4 كريات حمراء على الاقل" :

يتحقق الحادث B في المسارات التالية : $R \to B$ أو $B \to R$ او $B \to B$

ومنه $P(B) = \frac{3}{8}\times\frac{6}{9}+\frac{5}{8}\times\frac{4}{9}+\frac{5}{8}\times\frac{5}{9} = \frac{18+20+25}{72} = \frac{63}{72} = \frac{7}{8}$

(4) المتغير العشوائي X قيمه "عدد الكريات البيضاء الموجودة في الصندوق بعد العملية الثانية" :

(ا) قيم المتغير العشوائي X هي : 5 ، 6 ، 7 : لان

اذا كانت الكرية المسحوبة الاولى بيضاء والثانية بيضاء يكون عدد الكريات البيضاء في الصندوق هو 5

اذا كانت الكرية المسحوبة الاولى بيضاء والثانية حمراء يكون عدد الكريات البيضاء في الصندوق هو 6

اذا كانت الكرية المسحوبة الاولى حمراء والثانية حمراء يكون عدد الكريات البيضاء في الصندوق هو 7

(ب)تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

الحادث $X=5$ أي المسار $B \to B$: $p(X=5) = \frac{5}{8}\times\frac{5}{9} = \frac{25}{72}$

الحادث $X=6$ أي المسار $R \to B$ او $B \to R$: $p(X=6) = \frac{3}{8}\times\frac{6}{9}+\frac{5}{8}\times\frac{4}{9} = \frac{38}{72}$

الحادث $X=7$ أي المسار $R \to R$: $p(X=7) = \frac{3}{8}\times\frac{3}{9} = \frac{9}{72}$

$X = x_i$	5	6	7
$p(X = x_i)$	$\frac{25}{72}$	$\frac{38}{72}$	$\frac{9}{72}$

حساب الامل الرياضي $E(X)$:

$$E(X) = 5\times\frac{25}{72}+6\times\frac{38}{72}+7\times\frac{9}{72} = \frac{52}{9}$$

التمرين باك 2020 الشعبة رياضي م 2

يحتوي صندوق على كريات متماثلة منها n كرية بيضاء تحمل العدد π (n عدد طبيعي و $n \geq 2$) و 4 كريات

حمراء تحمل الأعداد : $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ ، π وكريتين خضراوين تحملان العددين $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$.

نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من هذا الصندوق .

(1)(أ) أحسب احتمال كل من الحدثين A و B حيث :

" A سحب كرتين من نفس اللون " و " B سحب كرتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون "

(ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $P(A) = \frac{17}{55}$

(2) نفرض في ما يلي : $n=5$ ونسمي α و β العددين الظاهرين على الكرتين المسحوبتين .

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد : $\cos(\alpha)\times\cos(\beta)$

(أ) برر أن قيم المتغير العشوائي هي $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ ، 1 .

(ب) بين ان $P(X=0) = \frac{27}{55}$

(ج) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

حل التمرين باك 2020 الشعبة رياضي م 2

$n.B$تحمل العدد π $(n \geq 2)$ و $4.R$ تحمل الأعداد : $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ ، π و $2V$تحملان العددين $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$.

عدد الامكانيات الكلية لسحب كرتين في آن واحد هو : $C_{n+6}^{2} = \frac{(n+6)!}{2!(n+6-2)!} = \frac{(n+6)(n+5)}{2}$

(1)(أ) حساب احتمال الحدث A : " سحب كرتين من نفس اللون " أي (($2B$) او ($2R$) او($2V$))

عدد إمكانيات الحدث A هو :

$$C_n^2 + C_4^2 + C_2^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} + 6 + 1 = \frac{n(n-1)+14}{2} = \frac{n^2 - n + 14}{2}$$

ومنه احتمال الحدث A هو :

$$p(A) = \frac{C_n^2 + C_4^2 + C_2^2}{C_{n+6}^2} = \frac{\frac{n^2-n+14}{2}}{\frac{(n+6)(n+5)}{2}} = \frac{n^2-n+14}{(n+6)(n+5)}$$

– حساب احتمال الحدث B : "سحب كرتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون "

الحدث B هو (($2B$ تحملان العدد π) او ($2R$تحملان $\frac{\pi}{2}$)) : عدد امكانياته هو :

$$C_n^2 + C_2^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} + 1 = \frac{n(n-1)+2}{2} = \frac{n^2-n+2}{2}$$

ومنه احتمال الحادث B هو :

$$p(B) = \frac{C_n^2 + C_4^2}{C_{n+6}^2} = \frac{n^2-n+2}{(n+6)(n+5)}$$

(ب) تعيين العدد nحتى يكون $P(A) = \frac{17}{55}$:

$P(A) = \frac{17}{55}$ تعني $\frac{n^2-n+14}{(n+6)(n+5)} = \frac{17}{55}$ أي $55(n^2-n+14) = 17(n^2+11n+30)$

ومنه نجد $19n^2 - 121n + 130 = 0$ ومميزها $\Delta = 4761$ ومنه للمعادلة حلان هما :

$n = 5$ او $n = \frac{26}{19} \notin N$ (مرفوض)

(2) (أ) تبرير أن قيم X هي $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$، 1 :

$n = 5$ومنه $\Omega = \left\{\pi, \pi, \pi, \pi, \pi, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$ عدد عناصرها 11 .

المخارج هي : (π, π) او $(\pi, \frac{\pi}{2})$ او $(\pi, \frac{\pi}{3})$ او $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3})$ او $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$ او $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

ومنه قيم الجداء $\cos(\alpha) \times \cos(\beta)$ هي :

$\cos(\pi) \times \cos(\pi) = 1$ او $\cos(\pi) \times \cos(\frac{\pi}{2}) = 0$ او $\cos(\pi) \times \cos(\frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$

او $\cos(\frac{\pi}{2}) \times \cos(\frac{\pi}{3}) = 0$ او $\cos(\frac{\pi}{3}) \times \cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{4}$ او $\cos(\frac{\pi}{2}) \times \cos(\frac{\pi}{2}) = 0$

اذن قيم المتغير العشوائي X هي $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$، 1 :

ب) تبيان ان $P(X=0)=\frac{27}{55}$:

الحدث $(X=0)$ يعني (سحب كرية تحمل $\frac{\pi}{2}$ واخرى تحمل عدد أخر) أو (كريتان تحملان $\frac{\pi}{2}$)

$$P(X=0)=\frac{C_3^1\times C_8^1+C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{3\times 8+3}{55}=\frac{27}{55}$$

ج) تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

$$P(X=1)=P(\pi,\pi)=\frac{C_6^2}{C_{11}^2}=\frac{15}{55} \quad \text{و} \quad P(X=-\frac{1}{2})=P(\pi,\frac{\pi}{3})=\frac{C_6^1\times C_2^1}{C_{11}^2}=\frac{12}{55}$$

$$P(X=\frac{1}{4})=P(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3})=\frac{C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{1}{55}$$

$X=x_i$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{1}{4}$
$p(X=x_i)$	$\frac{12}{55}$	$\frac{27}{55}$	$\frac{15}{55}$	$\frac{1}{55}$

حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:
$$E(X)=-\frac{1}{2}.\frac{12}{55}+0+\frac{15}{55}+\frac{1}{4}.\frac{1}{55}=\frac{37}{220}$$

التمرين باك 2021 شعبة علوم تجريبية الموضوع الأول :

يراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1 و H_2 و H_3 وامرأتين F_1 و F_2

نعتبر الحوادث C,B,A حيث A " عضوا اللجنة من نفس الجنس "

B " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين " C " H_1 عضو في اللجنة "

(1) (أ) أحسب $p(A)$ و $p(B)$ احتمال الحادثين B,A على الترتيب

(ب) بين ان $p(C)$ احتمال الحدث C يساوي $\frac{2}{5}$

(2) المتغير العشوائي X يرفق بكل إمكانية اختيار لعضوين عدد الرجال في اللجنة

(أ) برر أن مجموعة قيم X هي $\{0,1,2\}$

(ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

حل التمرين :

(1) A " عضوا اللجنة من نفس الجنس " B " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين " C " H_1 عضو في اللجنة "

اللجنة تتكون من عضوين فقط من بين ثلاثة رجال وامرأتين

(أ) عدد اللجان هو $C_5^2=10$

حساب $p(A)$ و $p(B)$:

عدد حالات الحادث A هو : $C_2^2+C_3^2=1+3=4$ ومنه $p(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

عدد حالات الحادث B: $C_2^1\times C_3^1=6$ ومنه $p(B)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

(ب) تبيان ان $p(C)=\frac{2}{5}$:

عدد حالات الحادث C هو : $C_1^1 \times C_4^1 = 4$ و منه $p(C)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

(2) المتغير العشوائي X يرفق بكل إمكانية اختيار لعضوين عدد الرجال في اللجنة

(أ) مجموعة قيم X هي $\{0,1,2\}$ لأنه عند اختيار لجنة يمكن ان لا يكون فيها أي رجل أي $X=0$ او رجل واحد أي $X=1$ او رجلين أي $X=2$

(ب) تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X:

$$P(X=0)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10} \quad \text{و} \quad P(X=1)=\frac{C_2^1 \times C_3^1}{C_5^2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5} \quad \text{و} \quad P(X=2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$$

$X=x_i$	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$	$\frac{C_2^1 \times C_3^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$	$\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$

حساب الأمل الرياضياتي : $E(X)=0.\frac{1}{10}+1\frac{3}{5}+2\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$

بكالوريا 2021 شعبة علوم تجريبية الموضوع الثاني :

صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها باللمس . مكتوب على كل منها سؤال واحد ، منها ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ : 1 ، 2 و 3 وأربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ : 1، 2 ، 3 و 4 وسؤالين في التحليل مرقمين بـ : 1 و 2 .

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية : A, B, C حيث A " سحب سؤال في الهندسة " B " سحب سؤال في التحليل " C " سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا "

(1) أحسب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(C)$ احتمال الحوادث A, B, C على الترتيب

(2) احسب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1 .

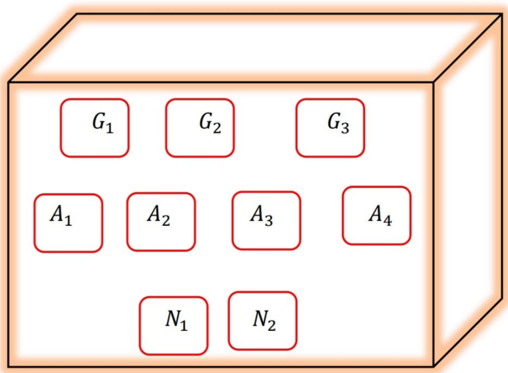
(3) المتغير العشوائي X يرفق بكل بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها

(أ) برر ان مجموعة قيم X هي $\{1,2,3,4\}$

(ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

(ج) استنتج قيمة $E(2021X+1442)$

حل التمرين:



نسمي G البطاقات التي تحمل أسئلة الهندسة وحرف A للبطاقات التي تحمل أسئلة الجبر وحرف N لأسئلة التحليل

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة : الحادث A " سحب سؤال في الهندسة " B " سحب سؤال في التحليل " C " سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا "

(1) حساب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(C)$:

$p(C)=\frac{2}{9}$ و $p(B)=\frac{2}{9}$ و $p(A)=\frac{3}{9}$

(2) حساب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1 ونسميه الحادث D : ومعناه سحب بطاقة تحمل الارقام الاخرى

ومنه $p(D)=\frac{6}{9}$

(3) (أ) تبرير أن مجموعة قيم X هي $\{1,2,3,4\}$: إن سحب أي بطاقة يعطي إما رقم 1 أو 2 أو 3 أو 4 وبالتالي قيم X هي $\{1,2,3,4\}$

(ب) تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

$X=x_i$	1	2	3	4
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$: $E(X)=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{2}{9}+4\times\frac{1}{9}=\frac{16}{9}$

(ج) استنتاج قيمة $E(2021X+1442)$:

باستعمال خواص الأمل الرياضي نجد :

$$E(2021X+1442)=2021\times E(X)+1442=2021\times\frac{16}{9}+1442=\frac{51377}{9}$$

باك جوان 2021 شعبة الرياضيات الموضوع الأول

كيس به 12 كرية متماثلة لا نفرّق بينها باللمس .كل من الكريات الاثنتي عشرة تحمل رقما من بين الأعداد التالية : 1، 2 ، 3 ، 4

نسحب عشوائيا كرية واحدة من الكيس .

نرمز بـ p_i الى احتمال سحب كرية رقمها i حيث : $P_1=\frac{1}{3}$ و $P_2=\frac{1}{6}$ و $P_3=\frac{1}{4}$ و $P_4=\frac{1}{4}$

(1) وزع الكريات الاثنتى عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4

(2) احسب احتمال كلا من الحوادث A ، B ، C التالية :

A " سحب كرية تحمل رقما فرديا " B " سحب كرية تحمل رقما من أرقام نظام التعداد ذي الأساس 4 "

C " سحب كرية رقمها حل للمعادلة : $x^2=2^x$

(3) المتغير العشوائي X يرفق بكل سحب لكرية الرقم الذي تحمله .

عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

حل التمرين

لدينا $P_1=\frac{1}{3}$ و $P_2=\frac{1}{6}$ و $P_3=\frac{1}{4}$ و $P_4=\frac{1}{4}$

(1) توزيع الكريات حسب الأرقام : 1 ; 1 ; 1 ;1 ; 2 ; 2 ;3 ;3 ;3 ;4 ;4 ;4 .

عدد الكريات التي تحمل الرقم 1 هو 4 . و عدد الكريات التي تحمل الرقم 2 هو 2

وعدد الكريات التي تحمل الرقم 3 هو 3 و عدد الكريات التي تحمل الرقم 4 هو 3

(2)حساب احتمال الحوادث :

(.) $P(A)=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$ لآن $A=\{1\,;\,3\}$ (الأعداد الفردية هي 1 و 3)

(..) (أرقام النظام ذي الأساس 4 من بين أرقام الكريات هي 1 و 2 و 3)

ومنه $P(B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$ لأن $B=\{1\,;2\,;\,3\}$

و $P(C)=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$ $C=\{2\,;4\}$ (لأن $2^2=2^2$ و $4^2=2^4$)

(3) قانون الاحتمال للمتغير X : قيم المتغير العشوائي هي : 1 ، 2 ، 3 ، 4

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

الأمل الرياضياتي : $E(X)=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{4}=\frac{29}{12}$

التمرين باك جوان 2021 شعبة الرياضيات الموضوع الثاني

يراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 ، H_3 و أربع نساء F_1 و F_2 و F_3 و F_4

(1) بين ان عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42

(2) نعتبر الحوادث التالية : A " اللجنة من نفس الجنس " B " اللجنة من جنسين مختلفين "

C " H_1 هو الرئيس " E " اللجنة لا تظم كلا من H_1 و F_1 "

(أ)أحسب $p(A)$ احتمال الحدث A ثم استنتج $p(B)$

(ب)احسب $p(C)$ و $p(E)$

(3) المتغير العشوائي X يرفق بكل لجنة عدد الرجال فيها . عين قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

حل التمرين :

(1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو عدد ترتيبات عنصرين من 7 أي $A_7^2=42$

(2)(أ)- حساب الاحتمالات :

$P(A)=\frac{A_3^2+A_4^2}{42}=\frac{3+15}{42}=\frac{3}{7}$ والحادثتان A و B متعاكستان ومنه

$$P(\text{B})=1-p(A)=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$

(ب)-حساب $P(C)$ (H_1 رئيس تختار نائبه من بين 6 أشخاص الباقية) :

$$P(C)=\frac{A_1^1\times A_6^1}{42}=\frac{1\times 6}{42}=\frac{1}{7}$$

حساب $P(E)$:

(اللجنة لا تضم H_1 و F_1 يعني أن أعضاء اللجنة نختارها من بين 5 أشخاص الباقية A_5^2 رئيس ونائبه).

$$P(E)=2\times\frac{A_5^2}{42}=\frac{40}{42}=\frac{20}{21}$$

أو بطريقة أخرى $\overline{E}=\{F_1H_1\,;\,H_1F_1\}$ حالتان فقط ومنه $P(\overline{E})=\frac{2}{42}$ وبالتالي

$$P(E)=1-P(\overline{E})=1-\frac{2}{42}=\frac{40}{42}=\frac{20}{21}$$

(3)المتغير العشوائي X يرفق بكل لجنة عدد الرجال فيها اي ان قيم X هي : 0 أو 1 أو 2 لان اللجنة تتشكل من عضوين فقط

قانون الاحتمال للمتغير X :

$$P(X=0)=\frac{A_4^2}{42}=\frac{12}{42}=\frac{2}{7}$$

و $P(X=1)=P(B)=\frac{24}{42}=\frac{4}{7}$ و $P(X=2)=\frac{A_3^2}{42}=\frac{6}{42}=\frac{1}{7}$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

الأمل ألرياضياتي : $E(X)=0\left(\frac{2}{7}\right)+1\left(\frac{4}{7}\right)+2\left(\frac{1}{7}\right)=\frac{6}{7}$

باك 2023 الموضوع الأول شعبة علوم تجريبية

يحتوي صندوق U_1 على 5 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 3 ويحتوي صندوق U_2 على 4 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).

نختار عشوائيا أحد الصندوقين ونسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

1) نعتبر الحوادث : A " سحب كريتين تحملان رقمين فرديين " ، B " سحب كريتين تحملان رقمين زوجيين"

C " سحب كريتين إحداهما تحمل رقما فرديا والأخرى تحمل رقما زوجيا "

أ) أنجز الشجرة التي تُنمذج هذه التجربة.

ب) بيّن أنّ $P(A)=\frac{23}{60}$ و $P(B)=\frac{1}{12}$ ثمّ احسب $P(C)$

2) نفرغ محتوى الصندوقين U_1 و U_2 في صندوق جديد U_3 ثمّ نسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

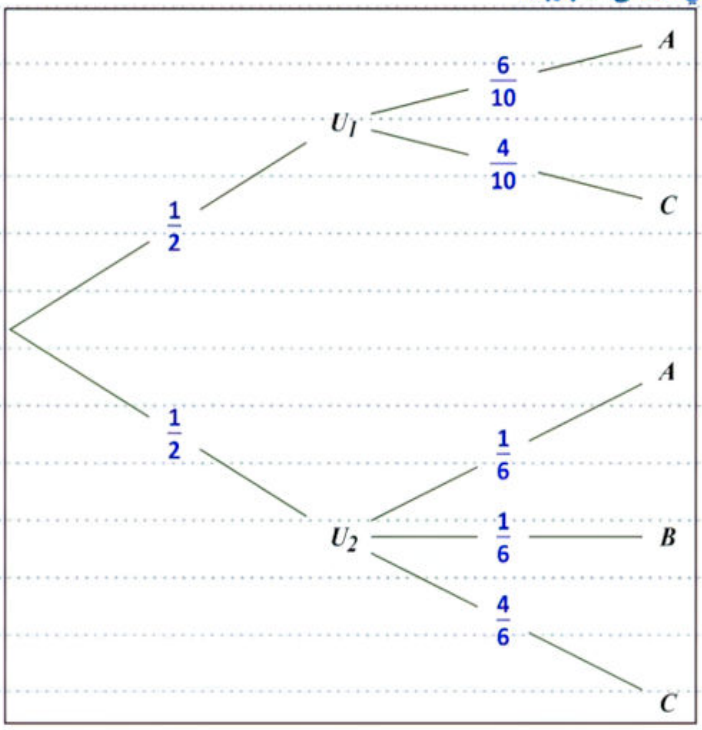
أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{1;2;3;4;6\}$

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

حل التمرين

1

أ/ انجاز الشجرة التي تنمذج التجربة:



ب/ بيّن أن $P(A)=\frac{23}{60}$ و $P(B)=\frac{1}{12}$:

- $P(A)=\left(\frac{1}{2}\times\frac{C_4^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{C_2^2}{C_4^2}\right)=\frac{6}{20}+\frac{1}{12}=\frac{18}{60}+\frac{5}{60}=\boxed{\frac{23}{60}}$
- $P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{C_2^2}{C_4^2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\boxed{\frac{1}{12}}$

- حساب $P(C)$

- $P(C)=\left(\frac{1}{2}\times\frac{C_4^1\times C_1^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{C_2^1\times C_2^1}{C_4^2}\right)=\frac{1}{5}+\frac{1}{3}=\boxed{\frac{8}{15}}$

❷

أ/ تبرير أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{1\,;2\,;3;4;6\}$:

- لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(1;1)$ نجد: $X=1$
- لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(1;2)$ نجد: $X=2$
- لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(1;3)$ نجد: $X=3$
- لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(2;2)$ نجد: $X=4$
- لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(2;3)$ نجد: $X=6$

إذن: $X(\Omega)=\{1;2;3;4;6\}$

ب/ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

لدينا:

- $P(X=1)=\frac{C_5^2}{C_9^2}=\frac{10}{36}$
- $P(X=2)=\frac{C_5^1\times C_3^1}{C_9^2}=\frac{15}{36}$
- $P(X=3)=\frac{C_5^1\times C_1^1}{C_9^2}=\frac{5}{36}$
- $P(X=4)=\frac{C_3^2}{C_9^2}=\frac{3}{36}$
- $P(X=6)=\frac{C_3^1\times C_1^1}{C_9^2}=\frac{3}{36}$

وعليه:

x_i	1	2	3	4	6
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{3}{36}$

- حساب الأمل الرياضياتي:

$$\begin{aligned}E(X)&=\sum_{i=1}^{5}x_iP(x_i)\\&=1\left(\frac{10}{36}\right)+2\left(\frac{15}{36}\right)+3\left(\frac{5}{36}\right)+4\left(\frac{3}{36}\right)+6\left(\frac{3}{36}\right)\\&=\frac{85}{36}\end{aligned}$$

باك 2023 الموضوع الثاني شعبة علوم تجريبية

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس، موزعة كما يلي: 3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2
و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 و 4 كريات خضراء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 ، 2
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A " الحصول على كريتين من نفس اللون " ، B " الحصول على كرية خضراء على الأقل "

C " الحصول على كريتين تحملان رقمين زوجيين "

1) أ) بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{4}{15}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{2}{3}$

ب) احسب الاحتمالين $P(C)$ و $P(A\cap C)$. هل الحدثان A و C مستقلان؟

جـ) استنتج احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون علما أنّهما تحملان رقمين زوجيين.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{2;3;4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

حل التمرين

1

أ/ تبيين أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{4}{15}$ وان احتمال الحدث B يساوي $\frac{2}{3}$:

- $P(A)=\dfrac{2\times C_3^2+C_4^2}{C_{10}^2}=\dfrac{12}{45}=\dfrac{4}{15}$
- $P(B)=\dfrac{(C_4^1\times C_6^1)+C_4^2}{C_{10}^2}=\dfrac{30}{45}=\dfrac{2}{3}$

ب/ حساب الاحتمالين $P(C)$ و $P(A\cap C)$:

- $P(C)=\dfrac{C_6^2}{C_{10}^2}=\dfrac{15}{45}=\dfrac{1}{3}$
- $P(A\cap C)=\dfrac{C_2^2+C_3^2}{C_{10}^2}=\dfrac{4}{45}$

- هل الحدثان A و B مستقلان؟

لدينا: $\begin{cases} P(A\cap C)=\dfrac{4}{45} \\ P(A)\times P(C)=\dfrac{4}{15}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{45} \end{cases}$

ومنه: $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)$

إذن: الحدثان A و B مستقلان

ج/ استنتاج $P(D)$:

حيث: $P(D)$ احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون علما أنهما تحملان رقمين زوجيين؛

لدينا: الحدثان A و B مستقلان

إذن: $P_C(A) = P(A)$

وعليه: $P_C(A) = P(A) = \frac{4}{15}$

❷

أ/ تبرير أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{2 ; 3 ; 4\}$:

• لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(1 ; 1)$ نجد: $X = 2$

• لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(1; 2)$ نجد: $X = 3$

• لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(2; 2)$ نجد: $X = 4$

إذن: $X(\Omega) = \{2; 3; 4\}$

ب/ تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X :

لدينا:

- $P(X = 2) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{6}{45}$
- $P(X = 3) = \frac{C_4^1 \times C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{24}{45}$
- $P(X = 4) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{15}{45}$

وعليه:

x_i	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{45}$	$\frac{24}{45}$	$\frac{15}{45}$

• حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i P(x_i)$$
$$= 2\left(\frac{6}{45}\right) + 3\left(\frac{24}{45}\right) + 4\left(\frac{15}{45}\right)$$
$$= \frac{144}{45} = \frac{16}{5} = 3.2$$

باك 2023 الموضوع الأول شعبة تقني رياضي

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، موزعة كما يلي:
3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2
و كريتين خضراوين مرقمتين بـ: 1 ، 2
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:
A " الحصول على كريتين من نفس اللون " ، B " الحصول على كرية حمراء على الأقل "
C " الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما يساوي 3 "

1) أ) بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{1}{4}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{9}{14}$

ب) احسب الاحتمال $P(C)$

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{1;2;3;4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

حل التمرين

1

أ/ تبيين أنّ احتمال الحدث A $\frac{1}{4}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{9}{14}$:

- $P(A) = \dfrac{C_3^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_8^2} = \dfrac{7}{28} = \boxed{\dfrac{1}{4}}$
- $P(B) = \dfrac{C_3^1 C_5^1 + C_3^2}{C_8^2} = \dfrac{18}{28} = \boxed{\dfrac{9}{14}}$

2 حساب الاحتمال $P(C)$:

- $P(C) = \dfrac{C_5^1 C_2^1}{C_8^2} = \dfrac{10}{28} = \boxed{\dfrac{5}{14}}$

3

أ/ تبرير أنّ مجموعة قيم المتغير العشواي X هي $\{1; 2; 3; 4\}$:

- **لما نسحب كرتين تحملين الرقمين:** $(1;0)$ **نجد:** $X = 1$
- **لما نسحب كرتين تحملين الرقمين:** $(1;1)$ **نجد:** $X = 2$
- **لما نسحب كرتين تحملين الرقمين:** $(2;1)$ **نجد:** $X = 3$
- **لما نسحب كرتين تحملين الرقمين:** $(2;2)$ **نجد:** $X = 4$

إذن: $X(\Omega) = \{1; 2; 3; 4\}$

ب/ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

لدينا:

$$X(\Omega) = \{1; 2; 3; 4\}$$

حيث:

- $P(X = 1) = \dfrac{C_1^1 C_5^1}{C_8^2} = \dfrac{5}{28}$
- $P(X = 2) = \dfrac{C_5^2 + C_1^1 C_2^1}{C_8^2} = \dfrac{12}{28}$
- $P(X = 3) = P(C) = \dfrac{10}{28}$
- $P(X = 4) = \dfrac{C_2^2}{C_8^2} = \dfrac{1}{28}$

وعليه:

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{10}{28}$	$\frac{1}{28}$

- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P(x_i) = 1\left(\frac{5}{28}\right) + 2\left(\frac{12}{28}\right) + 3\left(\frac{10}{28}\right) + 4\left(\frac{1}{28}\right) = \frac{63}{28} = \boxed{\frac{9}{4}}$$

باك 2023 الموضوع الثانيشعبة تقني رياضي

يحتوي كيس على 11 كريّة متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، موزعة كما يلي:

3 كريات تحمل الرقم 0 ، 3 كريات تحمل الرقم 1 و 5 كريات تحمل الرقم 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A " الحصول على كريتين رقم كلّ منهما عدد أوّلي " ، B " الحصول على كريّة واحدة تحمل رقما فرديا "

C " الحصول على كريتين جُداء رقميهما معدوم "

1) أ) بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{2}{11}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{24}{55}$

ب) احسب الاحتمال $P(C)$

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{0;1;2;4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

جـ) احسب احتمال الحدث: " $e^{X+6} < 2023$ "

حل التمرين

❶

أ/ تبيين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{2}{11}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{24}{55}$

- $P(A) = \frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{10}{55} = \boxed{\frac{2}{11}}$
- $P(B) = \frac{C_3^1 C_8^1}{C_{11}^2} = \boxed{\frac{24}{55}}$

ب/ حساب الاحتمال $P(C)$:

- $P(C) = \frac{C_3^1 C_8^1 + C_3^2}{C_{11}^2} = \boxed{\frac{27}{55}}$

❷

أ/ تبرير أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي: $\{0; 1; 2; 4\}$

- لما نسحب كرة تحمل الرقم 0 وكرة أخرى نجد: $X = 0$
- لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(1;1)$ نجد: $X = 1$
- لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(2;1)$ نجد: $X = 2$
- لما نسحب كرتين تحملين الرقمين: $(2;2)$ نجد: $X = 4$

إذن: $X(\Omega) = \{0; 1; 2; 4\}$

ب/ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega) = \{0; 1; 2; 4\}$

حيث:

- $P(X=0)=P(C)=\boxed{\frac{27}{55}}$
- $P(X=1)=\frac{C_3^2}{C_{11}^2}=\boxed{\frac{3}{55}}$
- $P(X=2)=\frac{C_3^1C_5^1}{C_{11}^2}=\boxed{\frac{15}{55}}$
- $P(X=4)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\boxed{\frac{10}{55}}$

وعليه:

x_i	0	1	2	4
$P(X=x_i)$	$\frac{27}{55}$	$\frac{3}{55}$	$\frac{15}{55}$	$\frac{10}{55}$

- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_iP(x_i)=0\left(\frac{27}{55}\right)+1\left(\frac{3}{55}\right)+2\left(\frac{15}{55}\right)+4\left(\frac{10}{55}\right)=\boxed{\frac{73}{55}}$$

ج/ حساب احتمال الحدث "$e^{X+6}<2023$"

لدينا: $e^{X+6}<2023$

معناه: $X<\ln(2023)-6$

معناه: $X<1.61..$

ومنه:

$$P("e^{X+6}<2023")=P(X=1)+P(X=0)=\frac{27}{55}+\frac{3}{55}=\boxed{\frac{6}{11}}$$

باك 2023 الموضوع الأول شعبة رياضيات

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، منها كريتان حمراوان مرقمتان بـ: 2 ، -3
وخمس كريات بيضاء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 2 ، -2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 2
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A " الحصول على 3 كريات من نفس اللون " ، B " الحصول على الألوان الثلاثة "

C " الحصول على 3 كريات مجموع أرقامها معدوم "

1) أ) احسب $P(A)$ و $P(B)$ ثمّ بيّن أنّ: $P(C)=\frac{3}{20}$

ب) احسب $P(A\cap C)$ ثم استنتج $P_C(A)$

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريات عدد الألوان المتحصّل عليها.
عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

3) نسحب الآن عشوائيا من الكيس ثلاث كريات على التوالي وبإرجاع.
احسب احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم.

حل التمرين

1

أ/ حسب $P(A)$ و $P(B)$:

$$\bullet\ P(A)=\frac{C_5^3+C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{11}{120}$$

$$\bullet\ P(B)=\frac{C_2^1C_5^1C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{30}{120}=\frac{1}{4}$$

• تبيين أنّ: $P(C)=\frac{3}{20}$:

$$\bullet\ P(C)=\frac{C_3^1C_1^1C_2^1+C_1^1C_3^1C_3^1+C_3^2C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{18}{120}=\frac{3}{20}$$

2 حساب $P(A\cap C)$:

$$P(A\cap C)=\frac{C_1^1C_1^1C_1^1+C_2^2C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{2}{120}=\frac{1}{60}$$

• استنتاج $P_C(A)$:

$$P_C(A)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{2}{120}}{\frac{18}{120}}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$$

3 تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

لدينا:

$$X(\Omega)=\{1;2;3\}$$

حيث:

- $P(X=1)=P(A)=\frac{11}{120}$
- $P(X=2)=\frac{C_2^2C_8^1+C_5^2C_5^1+C_3^2C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{79}{120}$
- $P(X=3)=P(B)=\frac{30}{120}$

وعليه:

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{30}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{11}{120}$

- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP(x_i)=\frac{256}{120}$$

❹ حساب احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم:

نضع: $P(D)$ هو احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم

$$P(D)=\frac{(3\times 2^1\times 8^2)+(3\times 2^2\times 8^1)+2^3}{10^3}=\frac{488}{1000}=\frac{61}{125}$$

أو:

$$P(D)=1-P(\overline{D})=1-\frac{8^3}{10^3}=\frac{512}{1000}=\frac{61}{125}$$

باك 2023 الموضوع الثاني شعبة رياضيات

يحتوي صندوق U على كريتين حمراوين وكريتين خضراوين، ويحتوي صندوق V على كريتين حمراوين وثلاث كريات خضراء (كل الكريات متماثلة لا نفرّق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الصندوقين بالكيفية الآتية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس به 10 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 10

إذا تحصلنا على عدد أوّلي نسحب الكريتين من U وفي باقي الحالات نسحب الكريتين من V

1) نعتبر الحوادث A ، B و C الآتية:

A " سحب كريتين حمراوين " ، B " سحب كريتين خضراوين " و C " سحب كريتين من لونين مختلفين "

أ) أنجز شجرة الاحتمالات التي تُنمذج هذه التجربة.

ب) بيّن أنّ $P(A)=\frac{19}{150}$ و $P(B)=\frac{37}{150}$ ثمّ استنتج $P(C)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المتحصل عليها.

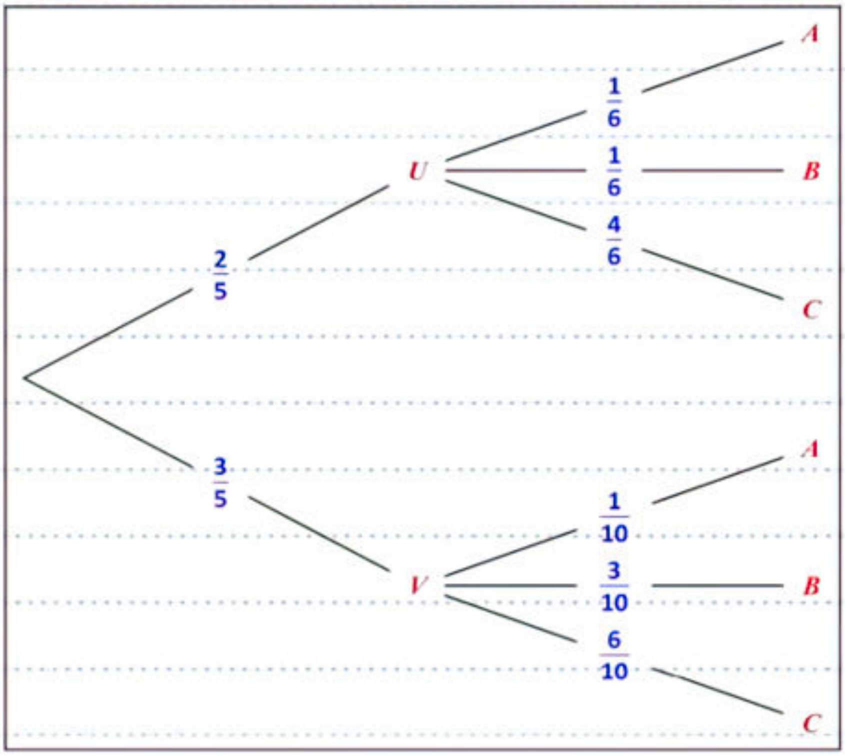
أ) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحدث: " $\ln X \le 1$ "

حل التمرين

1

أ/ انجاز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه التجربة:



لدينا: الأعداد الأولية الأقل من 10 هي: $\{2;3;5;7\}$، ومنه:

- $P(V)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$
- $P(U)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

ولدينا:

- $P_U(A)=\frac{C_2^2}{C_4^2}=\frac{1}{6}$
- $P_U(B)=\frac{C_2^2}{C_4^2}=\frac{1}{6}$
- $P_U(C)=\frac{C_2^1C_2^1}{C_4^2}=\frac{4}{6}$
- $P_V(A)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$
- $P_V(B)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$
- $P_V(C)=\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=\frac{6}{10}$

ب/ تبيين أن $P(A)=\frac{19}{150}$ و $P(B)=\frac{37}{150}$

$$\bullet\ P(A)=P(U\cap A)+P(V\cap A)=\left(\frac{2}{5}\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{10}\right)=\frac{19}{150}$$

$$\bullet\ P(A)=P(U\cap B)+P(V\cap B)=\left(\frac{2}{5}\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}\right)=\frac{37}{150}$$

- استنتاج $P(C)$:

$$P(C)=1-P(A)-P(B)=\frac{94}{150}$$

2

أ/ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

لدينا:

$$X(\Omega)=\{0;1;2\}$$

حيث:

$$\bullet\ P(X=0)=P(B)=\frac{37}{150}$$

$$\bullet\ P(X=1)=P(C)=\frac{94}{150}$$

$$\bullet\ P(X=2)=P(A)=\frac{19}{150}$$

وعليه:

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{37}{150}$	$\frac{94}{150}$	$\frac{19}{150}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP(x_i)=\frac{132}{150}=\frac{22}{25}$$

ب/ احسب احتمال الحدث "$\ln x\leq 1$"

$$P(\ln x\leq 1)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{113}{150}$$