

قليل من الصبر والإبداع يصنع موجة نجاحات إلى ما لانهاية

الوحدة الخامسة: في رحاب الأعداد المركبة

بإعداد الأستاذ محمد حافة King

لكي تتجح يجب على رغبتك في النجاح أن تفوق خوفك من الفشل

التمرين الأول

✘ أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل المثلثي ثم الآسي

$$z = \sqrt{6} - \sqrt{2}i / * \quad z = -1 + \sqrt{3}i / * \quad z = -2\sqrt{3} - 2i / * \quad z = 1 + i / *$$
$$z = -5i / * \quad z = 2i / * \quad z = -3 / * \quad z = 2 / *$$

✘ أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري

$$z = 3e^{-\frac{5\pi}{6}i} / * \quad z = 2e^{-\frac{\pi}{3}i} / * \quad z = 4e^{\frac{2\pi}{3}i} / * \quad z = e^{\frac{5\pi}{4}i} / * \quad z = 2e^{\frac{\pi}{6}i} / *$$
$$z = 8e^{\frac{3\pi}{2}i} / * \quad z = 4e^{\frac{\pi}{2}i} / * \quad z = 6e^{\pi i} / * \quad z = 5e^{2\pi i} / * \quad z = \sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}i} / *$$

التمرين الثاني :

نعتبر العددين المركبين : $z_1 = 1 + i$ ، $z_2 = -2 + 2\sqrt{3}i$

(1) أحسب طويلة وعمدة الأعداد المركبة التالية: z_1 ، z_2 ، $\frac{1}{z_1}$ ، $\frac{1}{z_2}$ ، $L = \frac{z_2}{z_1}$ ، $Z = z_1 \times z_2$

(2) أحسب : $(z_1)^{1437}$ و $\left(\frac{z_2}{4}\right)^{2017}$

(3) أكتب L و Z على الشكل الجبري ، ثم استنتج القيم المضبوطة لكل من : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

ب/ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $\left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{z_2}{4}\right)^{3n}$ حقيقيا موجبا

(4) أ/ برهن أن من أجل كل عدد مركب غير معدوم z : إذا كان $|z| = 1$ فإن $\bar{z} = \frac{1}{z}$

نضع : $\alpha = \frac{z_1}{\sqrt{2}}$ و $\beta = \frac{z_2}{4}$

ب/ تحقق أن : $|\alpha| = |\beta| = 1$ ، ثم بيّن أن العدد المركب : $\frac{\alpha - \beta}{1 + \alpha\beta}$ تخيلي صرف

التمرين الثالث: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط :

$$z_D = -4 + i \text{ و } z_C = -2 + 5i, z_B = 2 + 3i, z_A = -i$$

$$(1) \text{ عيّن طولاً وعمدة العدد المركب } Z = \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$$

(2) استنتج طبيعة المثلث ABC

(3) عيّن المعادلة الديكارتيّة للدائرة (Γ) المحيطة بالمثلث ABC

(4) أكتب معادلة وسيطية (بدلالة الوسيط الحقيقي θ) للدائرة (Γ)

(5) حدد طبيعة الرباعي $ABCD$ - مع التعليل -

(6) عين لاحقة النقطه H مركز ثقل الرباعي $ABCD$

(7) عيّن طبيعة المجموعات (E_1) ، (E_2) ، و (E_3) للنقط M ذات اللاحقة z من المستوي؛ التي تحقق:

$$(E_3): |z + i| = |iz + 3 - 2i|, (E_2): |z + i| = |z + 4 - i|, (E_1): \left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} \right\| = 8$$

(8) عين لاحقة النقطه F نظيرة النقطه B بالنسبة للمبدأ O

(9) عين لاحقة النقطه G نظيرة النقطه B بالنسبة لحامل محور الفواصل

(10) عين لاحقة النقطه K نظيرة النقطه B بالنسبة لحامل محور الترتيب

(11) عين لاحقة النقطه I نظيرة النقطه B بالنسبة للنقطه A

(12) عين لاحقة النقطه N حتى يكون $FGKN$ متوازي أضلاع

التمرين الرابع: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{u}, \vec{v})

$$\text{نعتبر النقط : } A, B, C \text{ و } D \text{ لواحقها على الترتيب: } z_A = -2i, z_B = -\sqrt{3} + i, z_C = \sqrt{3} + i, z_D = \overline{z_C}$$

(1) بيّن أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها r

(2) نعتبر (E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $\arg(z + 2i) = \frac{\pi}{6}$

تحقق أن النقطه D تنتمي إلى المجموعة (E_1) ، عيّن حينئذ المجموعة (E_1)

(3) عيّن طبيعة (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z ؛ التي تحقق: $(z - z_A)(\overline{z - z_A}) = z_D \cdot \overline{z_D}$

مع تعيين العناصر المميزة

(4) عيّن طبيعة (E_3) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z ؛ التي تحقق: $|z - z_A|^2 + |z - z_D|^2 = 5$

مع تعيين العناصر المميزة

ازرع جميلاً ولو في غير موضعه فلا يضيع جميل أينما زرعها

« البصمة الجميلة تبقى وإن غاب صاحبه ا... »

أستاذكم King **يتمنى لكم النجاح والتوفيق**