## ✓ التمرين 01

♠ أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري :

$Z_1 = (5+2i) - 3i(1-5i)$ ♦ [1] $Z_2 = (3-2i)^2$ ♦ [2] $Z_3 = (1+i)^3$ ♦ [3] $Z_4 = (1+2i)^2(1-i)$ ♦ [4]

## ✓ التمرين 02

♠ أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري :

$Z_1 = \dfrac{1}{2-2i}$ ♦ [1] $Z_2 = \dfrac{1+2i}{1+i}$ ♦ [2] $Z_3 = \dfrac{1+i}{3-\sqrt{2}i}$ ♦ [3] $Z_4 = \dfrac{4-6i}{3+2i}$ ♦ [4] $Z_5 = \dfrac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ ♦ [5]

## ✓ التمرين 03

♠ عين مرافق الأعداد المركبة التالية ، ثم أكتب النتيجة على الشكل الجبري :

$Z_1 = 2 - i\sqrt{3}$ ♦ [1] $Z_2 = (1+2i)(-4-3i)$ ♦ [2] $Z_3 = \dfrac{1-3i}{1+2i}$ ♦ [3] $Z_4 = (1+2i)^3$ ♦ [4]

## ✓ التمرين 04

♠ نعتبر المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $D$ و $E$ التي لاحقاتها $Z_A = 2+2i$ ، $Z_B = \sqrt{3}+i$ ، $Z_C = \sqrt{3}-i$ ، $Z_D = -1+i\sqrt{3}$ و $Z_E = -1-i\sqrt{3}$ على الترتيب .

[1] ♦ أكتب الأعداد المركبة $Z_A$ ، $Z_B$ ، $Z_C$ ، $Z_D$ و $Z_E$ على الشكل المثلثي ، ثم على الشكل الأسي .

[2] ♦ أنشئ النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $D$ و $E$

## ✓ التمرين 05

♠ أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل المثلثي ، ثم الشكل الأسي :

$Z_1 = (-1+i)(\sqrt{3}-i)$ ♦ [1] $Z_2 = (2+2i)(\sqrt{3}-i)$ ♦ [2] $Z_3 = \dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}$ ♦ [3] $Z_4 = \dfrac{3i}{3+i\sqrt{3}}$ ♦ [4]

## ✓ التمرين 06

♠ نعتبر الأعداد المركبة التالية : $Z_A = 1+i$ ، $Z_B = -2i$ ، $Z_C = \sqrt{3}+i$ و $Z_D = -\sqrt{3}+1$

[1] ♦ عيّن الطويلة والعمدة للعدد المركب $Z_A = 1+i$

[2] ♦ استنتج طويلة و عمدة للأعداد المركبة التالية : $\overline{Z_A}$ ، $-Z_A$ ، $2Z_A$ ، $-3Z_A$ ، $\dfrac{1}{Z_A}$ ، $iZ_A$ ، $(1+i\sqrt{3})Z_A$ ، $Z_A^4$

[3] ♦ أحسب : $\left(\dfrac{Z_A}{\sqrt{2}}\right)^{2020}$ ، $\left(\dfrac{\overline{Z_A}}{\sqrt{2}}\right)^{1440}$ ، $\left(\dfrac{(3\sqrt{2}+3i\sqrt{2})Z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2018}$ ، $\left(\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_C-Z_D}\right)^{1441}$ ، $\left(\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_C-Z_D}\right)^{2021}$

[4] ♦ أحسب : $\left(\dfrac{Z_A}{\sqrt{2}}\right)^{8n}$ ، $\left(\dfrac{Z_A}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$ حيث $n$ عدد طبيعي .

## ✓ التمرين 07

♠ أكتب على الشكل الجبري كل من الأعداد المركبة التالية :

$Z_1 = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$ ♦ [1] $Z_2 = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} - i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$ ♦ [2] $Z_3 = 2\left(-\cos\dfrac{\pi}{6} - i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$ ♦ [3]

$Z_4 = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ♦ [4] $Z_5 = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ♦ [5] $Z_6 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ♦ [6] $Z_7 = 6e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ♦ [7] $Z_8 = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ ♦ [8]

## ✓ التمرين 08

♠ أكتب على الشكل الأسي كل من الأعداد المركبة التالية :

$Z_1 = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} - i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$ ♦ [1] $Z_2 = 2\left(-\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$ ♦ [2] $Z_3 = 2\left(\sin\dfrac{\pi}{6} + i\cos\dfrac{\pi}{6}\right)$ ♦ [3]

$Z_4 = -2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ♦ [4] $Z_5 = 2\left(-\sin\dfrac{\pi}{6} + i\cos\dfrac{\pi}{6}\right)$ ♦ [5]

## ✓ التمرين 09 ◄

♠ نعتبر العددين المركبين $Z_1$ و $Z_2$ حيث : $Z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ ، $Z_2 = 1 - i$

[1] ♦ أكتب $Z_1$ ، $Z_2$ على الشكل الأسي .

[2] ♦ أكتب $\dfrac{Z_1}{Z_2}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .

[3] ♦ استنتج القيمة المظبوطة لكل من $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.

[4] ♦ عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون العدد المركب $(Z_1)^n$ حقيقيا سالبا.

[5] ♦ عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\dfrac{Z_1}{Z_2}\right)^n$ حقيقيا .

## ✓ التمرين 10 ◄

♠ نعتبر العددين المركبين $Z_A$ و $Z_B$ حيث : $Z_A = -1 + i\sqrt{3}$ ، $Z_B = 1 + i$

[1] ♦ أكتب $Z_A$ و $Z_B$ على الشكل الأسي .

[2] ♦ أكتب $\dfrac{Z_A}{Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .

[3] ♦ استنتج القيمة المظبوطة لكل من $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.

[4] ♦ عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون العدد المركب $(Z_B)^n$ تخيليا صرفا موجبا.

[5] ♦ عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق : $(Z_B)^n = \left(\overline{Z_B}\right)^n$.

[6] ♦ عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق : $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)^n = \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$.

## ✓ التمرين 11 ◄

[1] ♦ عيّن طويلة و عمدة العدد المركب $Z_A$ حيث : $Z_A = -\sqrt{3} + i$

[2] ♦ ليكن العدد المركب $Z_B$ الذي يحقق : $Z_A \times Z_B = 6\left(\cos\dfrac{19\pi}{12} + i\sin\dfrac{19\pi}{12}\right)$

أ) ♠ عيّن طويلة و عمدة العدد المركب $Z_B$ ب) ♠ أكتب $Z_B$ على الشكل الجبري .

[3] ♦ استنتج القيمة المظبوطة لكل من $\cos\left(\dfrac{19\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{19\pi}{12}\right)$.

## ✓ التمرين 12 ◄

[1] ♦ أكتب العدد المركب $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$ على الشكل المثلثي .

[2] ♦ عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون العدد المركب $(Z_A)^n$ حقيقيا موجبا .

[3] ♦ هل توجد قيم للعدد الطبيعي $n$ يكون من أجلها العدد المركب $(Z_A)^n$ تخيليا صرفا ؟ برر إجابتك .

[4] ♦ ليكن العدد المركب $Z_B$ الذي يحقق : $Z_A \times Z_B = 2\left(\cos\dfrac{7\pi}{12} + i\sin\dfrac{7\pi}{12}\right)$

أ) ♠ عيّن طويلة و عمدة العدد المركب $Z_B$ ب) ♠ أكتب $Z_B$ على الشكل الجبري .

[5] ♦ استنتج القيمة المظبوطة لكل من $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.

## ✓ التمرين 13 ◄

♠ نعتبر العدد المركب : $Z = \sqrt{\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}} + i\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}}$ .

[1] ♦ أحسب $Z^2$ ثم عيّن طويلة و عمدة العدد المركب $Z^2$ ، ثم استنتج طويلة و عمدة العدد المركب $Z$.

[2] ♦ استنتج من : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.

## ✓ التمرين 14 ◄

♠ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلات التالية ذات المجهول $Z$

[1] ♦ $Z^2+4Z+5=0$ [2] ♦ $Z^2-3Z+3=0$ [3] ♦ $Z^2-2Z+3=0$ [4] ♦ $Z^2-2\sqrt{2}Z+4=0$

[5] ♦ $Z^2-2(1+\sqrt{3})Z+5+2\sqrt{3}=0$ [6] ♦ $\begin{cases}2Z_1+3Z_2=9-2i\\3Z_1-Z_2=8+8i\end{cases}$ [7] ♦ $Z=\frac{3i(Z+2i)}{Z-2+3i}$ مع $Z\neq 2-3i$

[8] ♦ $Z^2+3=0$ [9] ♦ $Z^2=\frac{21}{4}+5i$ [10] ♦ $Z^2=-2+2i\sqrt{3}$ [11] ♦ $Z^2=4e^{i\frac{2\pi}{3}}$ [12] ♦ $Z^3=1$

## ✓ التمرين 15 ◄

♠ $P(Z)$ كثير الحدود للمتغير المركب $Z$ حيث : $P(Z)=Z^3-12Z^2+48Z-72$

[1] ♦ تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(Z)$.

[2] ♦ جد العددين الحقيقيين $\alpha$ و $\beta$ بحيث : $P(Z)=(Z-6)(Z^2+\alpha Z+\beta)$ ، ثم حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z)=0$

♠ $P(Z)$ كثير الحدود للمتغير المركب $Z$ حيث : $P(Z)=2\overline{Z}^3+3\overline{Z}^2-3\overline{Z}+5$

[1] ♦ تحقق أن : $P(Z)=(2\overline{Z}+5)(\overline{Z}^2-\overline{Z}+1)$ ، ثم حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z)=0$

[2] ♦ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z)=0$ حيث : $P(Z)=(Z^2+4)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)$

## ✓ التمرين 16 ◄

♠ نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A=1$ ، $Z_B=2i$ و $Z_C=-1-i$.

[1] ♦ أحسب الأطوال $AB$ ، $AC$ و $BC$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث $ABC$.

[2] ♦ أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ ، ثم أحسب طويلته و عمدته .

[3] ♦ فسر هندسيا الطويلة و العمدة للعدد المركب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث $ABC$.

## ✓ التمرين 17 ◄

♠ نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $D$ و $I$ التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A=-1+i$ ، $Z_B=-1-i$ ، $Z_C=2i$ ، $Z_D=2-2i$ و $Z_I=\frac{Z_C+Z_D}{2}$.

[1] ♦ أكتب على الشكل الجبري كل من العددين المركبين $L=\frac{Z_C-Z_A}{Z_D-Z_A}$ و $K=\frac{Z_C-Z_B}{Z_D-Z_B}$.

[2] ♦ عين طويلة و عمدة العددين المركبين $L$ و $K$.

[3] ♦ استنتج طبيعة المثلثين $ACD$ و $BCD$.

[4] ♦ بين أن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها $I$ يطلب تعيين نصف قطرها .

[5] ♦ بين أن النقط $A$ و $B$ تنتميان إلى نفس الدائرة التي مركزها $O$ يطلب تعيين نصف قطرها .

## ✓ التمرين 18 ◄

♠ نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب $Z_A=3+2i$ ، $Z_B=-1+3i$ و $Z_C=-2-2i$ .

[1] ♦ عين $Z_G$ لاحقة النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-3),(C;5)\}$ .

[2] ♦ أ) ♠ عين $Z_I$ لاحقة النقطة $I$ منتصف القطعة $[AB]$ ب) ♠ عين $Z_H$ لاحقة النقطة $H$ مركز ثقل المثلث $ABC$.

[3] ♦ عين $Z_H$ و $Z_E$ لاحقتي النقطتين $H$ و $E$ على الترتيب حتى يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع مركزه $A$.

## ✓ التمرين 19 ◄

♠ نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط $A$ ، $B$ و $M$ التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A=-1+2i$ ، $Z_B=1-i$ و $Z=x+iy$ .

♦ عين في كل حالة من الحالات التالية المجموعة $(\Gamma)$ للنقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $Z$ التي تحقق ما يلي :

[1] ♦ $|Z+1-2i|=2$ [2] ♦ $|Z-1+i|=\sqrt{3}$ [3] ♦ $|Z+1-2i|=|Z-1+i|$ [4] ♦ $\left|\dfrac{Z+1-2i}{Z-1+i}\right|=1$

## ✓ التمرين 20 ◄

♠ نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط $A$ ، $B$ و $M$ التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A=1-i$ ، $Z_B=1+i$ و $Z=x+iy$ .

[1] ♦ عيّن $(E_1)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $|3i(Z-1+i)|=9$

[2] ♦ عيّن $(E_2)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $|Z|=|iZ+1+2i|$

[3] ♦ عيّن $(E_3)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $|Z-Z_A|=|\overline{Z}-Z_A|$

[4] ♦ عيّن $(E_4)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $Z=1-i+2e^{i\theta}$ عندما $\theta$ يمسح $\mathbb{R}$

[5] ♦ عيّن $(E_5)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $Z=1+i+\sqrt{3}e^{i\theta}$ عندما $\theta$ يمسح $\mathbb{R}$

[6] ♦ عيّن $(E_6)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $Z=4e^{i\theta}+1+e^{i\frac{\pi}{2}}$ عندما $\theta$ يمسح $\mathbb{R}$

[7] ♦ عيّن $(E_7)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $Z=1-i+Ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما $K$ يمسح $\mathbb{R}^+$

[8] ♦ عيّن $(E_8)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $\arg(Z-Z_B)=\dfrac{\pi}{4}+2K\pi\ ,\ K\in\mathbb{Z}$

[9] ♦ عيّن $(E_9)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $\arg(\overline{Z}-1+i)=\dfrac{\pi}{3}+2K\pi\ ,\ K\in\mathbb{Z}$

[10] ♦ عيّن $(E_{10})$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث : $\arg\left(\dfrac{Z}{\overline{Z}}\right)=2K\pi\ ,\ K\in\mathbb{Z}$

## ✓ التمرين 21 ◄

♠ $A$ و $B$ نقطتان من المستوي المركب $(O;\vec{u};\vec{v})$ التي لاحقتاهما $Z_A=i$ ، $Z_B=1$ على الترتيب

[1] ♦ أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\dfrac{Z-Z_A}{Z-Z_B}$

[2] ♦ عيّن $(\Gamma_1)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ حيث : $\dfrac{Z-Z_A}{Z-Z_B}$ حقيقيا مع $Z\neq Z_B$

[3] ♦ عيّن $(\Gamma_2)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ حيث : $\dfrac{Z-Z_A}{Z-Z_B}$ حقيقيا سالبا مع $Z\neq Z_B$ و $Z\neq Z_A$

[4] ♦ عيّن $(\Gamma_3)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ حيث : $\dfrac{Z-Z_A}{Z-Z_B}$ تخيلي صرف مع $Z\neq Z_B$

[5] ♦ عيّن $(\Gamma_4)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ حيث : $\dfrac{Z-Z_A}{Z-Z_B}$ تخيلي صرف موجب تماما مع $Z\neq Z_B$ و $Z\neq Z_A$

[6] ♦ عيّن $(\Gamma_5)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ ( $M$ تختلف عن $A$ و $B$ ) حيث : $\arg\left(\dfrac{Z_B-Z}{Z_A-Z}\right)=\dfrac{\pi}{2}$

[7] ♦ عيّن $(\Gamma_6)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ ( $M$ تختلف عن $A$ و $B$ ) حيث : $\arg(Z_B-Z)-\arg(Z_A-Z)=\dfrac{\pi}{2}+2K\pi$

[8] ♦ عيّن $(\Gamma_7)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ ( $M$ تختلف عن $A$ ) حيث : $\arg\left(\dfrac{Z_B-Z}{Z_A-Z}\right)=\pi+2K\pi\ ,\ K\in\mathbb{Z}$

★ وفي الأخير أتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا إن شاء الله ★