

الأستاذ : علي بك

السلسلة (04)

الدوال الأسية

التمرين 01 (بكالوريا 2018 ع.ت)

I. g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$.(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.(ج) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38 < \alpha < -0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .II. لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوىالمنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x+1))$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $y = 2x + 1$: (Δ) (2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.(4) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (تأخذ $f(\alpha) = 0.8$).(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1-m)e^x$.

التمرين 02 (بكالوريا 2018 ت.ر)

الف الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ بـ: $f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$.(أ) (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا و احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.(2) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل

جدول تغيراتها.

(3) (أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.(ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ بـ: $h(x) = e^{-x} + x - 1$.ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنّه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $h(x) \geq 0$.(4) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) . فسّر النتيجة بيانيا.(5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A\left(-2; \frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-2; 1[$.

(6)

 m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx$ ، حيث $x \in]-2; 1[$.

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجموعة \mathbb{R} بـ : $g(x) = xe^x - e^x + 1$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة \mathbb{R} .

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجموعة \mathbb{R} بـ : $f(x) = (x-2)e^x + x - 2$.

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

(2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$.

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

(4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

ج) بين أن نقطة انعطاف للمنحني (C_f) هي $I(0; -4)$.

د) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه يساوي 1 أكتب معادلة ديكارتية له .

(5) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

(6) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث يكون للمعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E) : (x-2)e^x - 2 + m = 0 \text{ حلين مختلفين في الاشارة .}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$.

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = x + 2 - \frac{4}{1 + 3e^{-x}}$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) أحسب $f'(x)$ حيث f' الدالة المشتقة للدالة f ثم بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) ماذا يمكن القول عن المماس (T_1) للمنحني (C_f) عند النقطة ω ذات الفاصلة $\ln(3)$ ؟ ثم استنتج وضعيته النسبية الى (C_f) .

(4) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب $y = x + 2$ و $y = x - 2$.

ب) أدرس وضعيته (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ) و (Δ') .

(5) أثبت أن النقطة $\omega(\ln(3); \ln(3))$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .

(6) أ) أكتب معادلة المماس (T_2) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أدرس وضعيته (C_f) بالنسبة الى (T_2) على المجال $]-\infty; \ln(3)[$ ، يمكن الاستعانة بالمشتقة الثانية f'' للدالة f والمعرفة من

$$f''(x) = \frac{12e^x(e^x - 3)}{(e^x + 3)^2} \text{ بـ : } x \text{ عدد حقيقي}$$

(7) أرسم (T_1) ، (T_2) ، (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 2 - (2x + 1)e^{2x}$

1. احسب نهاية g عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. احسب $g'(x)$ وادرس إشارة $g'(x)$ على \mathbb{R} ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0, 1; 0, 3]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 2x - 1 - xe^{2x}$

نرمز بـ (C) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة $2cm$

1. احسب نهاية f عند $-\infty$ و $+\infty$.
 2. احسب $f'(x)$ وادرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 3. بين أن: $f(\alpha) = -1 + \frac{4\alpha^2}{2\alpha + 1}$ ثم جد حصر α : $f(\alpha)$.
 4. ليكن المستقيم (D) الذي معادلته: $y = 2x - 1$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 1)]$
 5. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) ثم ارسم المنحني (C) .
 6. نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = 2x^2 - 1 - x^2e^{2x^2}$
- أ / تحقق أن: $h(x) = f(x^2)$
- ب / احسب $h'(x)$ وتحقق أن: $h'(x) = 2xf'(x^2)$
- ج / استنتج إشارة $h'(x)$ على \mathbb{R}

التمرين 06 (بكالوريا أجنبية)

I) لتكن الدالة g المعرفة على \square بـ: $g(x) = (x - 1)e^x$

1) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة: $g(x) + 1$ على \square .

II) لتكن الدالة f المعرفة على \square^* بالعبارة: $f(x) = x - 1 - \frac{x}{e^x - x - 1}$

ولیکن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ (لاحظ أن: $f(x) = x - 1 - \frac{1}{\frac{e^x - 1}{x} - 1}$)

2) بين أنه من أجل كل x من \square^* : $f'(x) = 1 + \frac{1 + (x - 1)e^x}{(e^x - x - 1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) (Δ) و (D) المستقيمان اللذان معادلتهما على الترتيب: $y = x - 1$ و $y = x$

بين أن (Δ) و (D) مقاربان للمنحني (C_f)

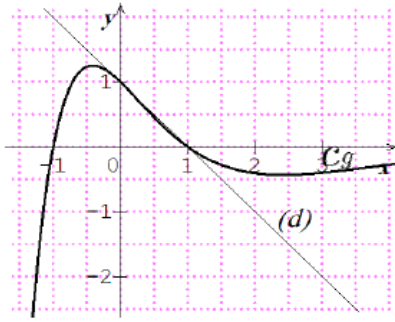
ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $1 < \alpha < 2$ و $-2 < \beta < -1$

ج- استنتج أن $e^\beta - \beta - 1 = \frac{\beta}{\beta - 1}$

6) ارسم (Δ) و (D) و (C_f) (نأخذ $\alpha = 1; 65$ و $\beta = -1; 29$)

التمرين 07

I- دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (1+ax^2)e^{bx}$ حيث a و b عدنان حقيقيان ، C_g تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) و (d) مماس C_g في النقطة فاصلتها 0 ، (أنظر الشكل المقابل)



1- براءة بيانية احسب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

2- أكتب معادلة للمماس (d) .

3- باستعمال المعطيات السابقة بين أن : $g(x) = (1-x^2)e^{-x}$

II- دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (1+x)^2e^{-x}$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

1- احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً .

ب) أكتب معادلة L : (Δ) مماس C_f عند النقطة فاصلتها 0 .

4- أ) أنشئ C_f و (Δ) .

ب) عين قيم الوسيط m حتى يكون للمعادلة : $f(x) = m$ حل سالب .

5- دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = f(x^2) - 1$

- دون كتابة عبارة الدالة h احسب $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين 08

نعتبر في المجموعة \mathbb{R} المعادلة التفاضلية : $(E): y' + 3y = 2e^{-x}$

(1) عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون الدالة g المعرفة على المجموعة \mathbb{R} كما يلي :

$$g(x) = a \times e^{-x} \text{ حل للمعادلة } (E) .$$

(2) نعتبر المعادلة التفاضلية $(E'): y' + 3y = 0$.

حل المعادلة (E')

(3) برهن أن الدالة f هي حل للمعادلة (E) اذا وفقط اذا كانت الدالة $(f - g)$ هي حل للمعادلة

(E') .

(4) استنتج مجموعة حلول المعادلة (E) .

(5) عين حلاً خاصاً f للمعادلة (E) بحيث يكون معامل توجيه المماس للمنحني (C_f) الممثل

للدالة f في النقطة ذات الفاصلة 0 يساوي -4 .

التمرين 09

g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = ae^{3x} + be^{2x} + c$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية .

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول $2cm$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ بدلالة c .

2. احسب $g'(x)$ بدلالة a و b .

3. إذا علمت أن المنحني (C_g) يقبل في النقطة $A(\ln 2; -1)$ مماساً يوازي حامل محور الفواصل و يقبل

مستقيماً مقارباً أفقياً في جوار $-\infty$ معادلته $y=3$ ، عين الأعداد الحقيقية a ، b و c .