

السلسلة (03)

النهايات + السلوك التقاربي لدالة

التمرين 9

احسب بطريقتين مختلفتين النهاية الآتية : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

التمرين 10 (مبرهنة الحصر)

برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > -1$:

$$\frac{-1}{x+1} \leq \frac{\cos x}{x+1} \leq \frac{1}{x+1}$$

هل تقبل الدالة $f: x \mapsto \frac{\cos x}{x+1}$ نهاية عند $+\infty$ ؟

التمرين 11 (مبرهنة الحد من الأعلى)

f دالة بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$:

$$f(x) \leq -2x^3$$

هل تقبل الدالة f نهاية عند $+\infty$ ؟

التمرين 12 (مبرهنة الحد من الأسفل)

f دالة بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x < 0$:

$$f(x) \geq \frac{1}{2}x^4 + x$$

هل تقبل الدالة f نهاية عند $-\infty$ ؟

التمرين 13

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 6x + 3}{(x+1)^2}$$

(1) عين الأعداد الحقيقية: a, b, c, d و d بحيث

من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x+1)^2}$$

(2) استنتج أن المنحني (C_f) الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا

مائلا (Δ) عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له

(3) حدّد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

التمرين 14

أحسب النهايات الآتية: (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2x-1}}{x-1}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{-x - \sqrt{x^2+4}} \quad (2)$$

التمرين 1

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال) D_f للدالة f

$$D_f =]-\infty; +\infty[, f(x) = -2x^3 + 5x - 7$$

التمرين 2

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال) D_f للدالة f

$$D_f =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[, f(x) = \frac{-2x+5}{x-3}$$

ثم فسر النتائج بيانيا

التمرين 3

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال) D_f للدالة f

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 2x - 5}{x^2 - 1}$$

ثم فسر النتائج بيانيا $D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$

التمرين 4

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال) D_f للدالة f

$$f(x) = \frac{2x-6}{x^2-5x+6}$$

ثم فسر النتائج بيانيا $D_f =]-\infty; 2[\cup]2; 3[\cup]3; +\infty[$

التمرين 5

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال) D_f للدالة f

$$D_f =]-\infty; +\infty[, f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$$

التمرين 6

احسب النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{\frac{9x+4}{x-3}} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{9x+4}{x-3}} \quad (3) , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{9x+4}{x-3}} \quad (2)$$

التمرين 7

أحسب النهاية الآتية :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x + \sqrt{4x^2 + 3} \quad (\text{بطريقتين مختلفتين})$$

التمرين 8

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$